

5 MİLLER, ŞAFTLAR, AKSLAR ve MİL-GÖBEK BAĞLANTILARI

Miller, Şaftlar ve Akslar kesiti daire şeklinde olup, boyu daire çapına oranla çok fazla olan, güç/moment transfer eden ve gövde üzerinde oluşturulan yataklarla desteklenen makine elemanlarıdır.

5.1 MİLLER

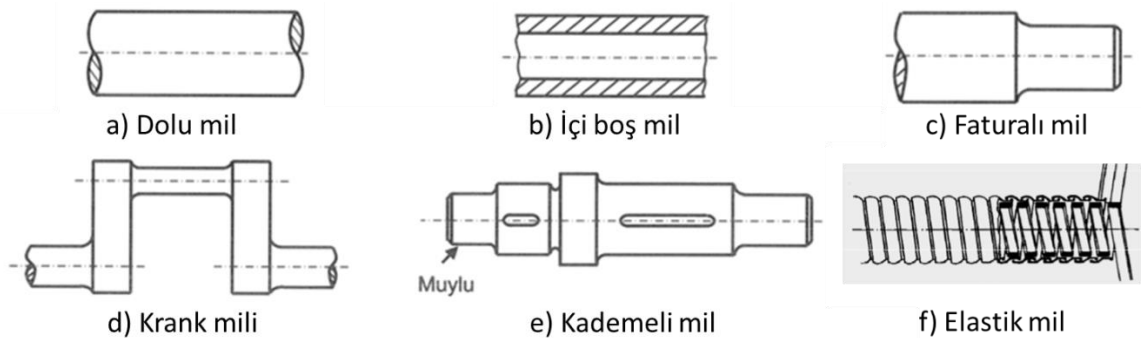
Makinalarda, dönme hareketi yapan makine elemanlarının kullanılması konstrüksiyon açısından birçok avantajlar sağlamaktadır. Bu nedenle gerek motor elemanında, gerek güç iletim hatlarında ve gerekse makinanın asıl işlevini yerine getirildiği bölümlerde mümkün olduğu kadar dönme hareketi yapan parça ve makine elemanları kullanılmaya çalışılır. Bu makine elemanlarının dönmelerine izin verecek şekilde desteklenmeleri (yataklanmaları) gerekmektedir.

Bunlara ilaveten, dönen bir makine elemanından bir diğerine güç iletimi söz konusu olacaktır. Bu durumda en çok kullanılan çözüm ise dönen parça ve elemanları üzerinde taşıyan ve taşıdığı bu parçalar arasında enerji akışına da imkân veren ayrı bir elemanın kullanılmasıdır. İşte bu elemana **mil** adı verilir.

Genelde dişli, kasnak, kam ve zincir dişlisi gibi bir ya da birden fazla makine elemanları pim, kama ve emniyet segmanı gibi elemanlar kullanılarak millerin üzerine monte edilir.

Bir başka deyişle **Mil**, dişli çark, kayış-kasnak, zincir dişlisi, kavrama, volan, rotor gibi birçok makine elemanını üzerinde taşıyan ve bunların kendisiyle birlikte dönebilmelerini sağlamak için genellikle en az iki yerinden yataklanmış olan çok önemli bir makine elemanıdır.

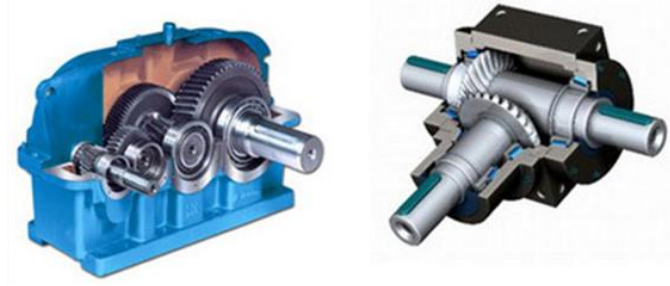
Miller genel olarak şekil 5.1 de görüldüğü gibi görünüşlerine ve eksenlerine göre düz, içi boş, faturalı, dirsekli (krank mili), mafsallı ve esnek miller (otomobillerin hız göstergeleri gibi az güç iletimi istenen yerlerde) diye adlandırılırlar. Millerin yatak içinde kalan kısma **muylu** adı verilir.



Şekil 5.1 Mil Çeşitleri

Miller, üzerinde taşıdığı makine elemanlarının değişik şekillerde yüklenmeleri sonucunda eğilmeye, güç iletimini sağlayan döndürme momenti nedeniyle de burulmaya zorlanır. Örneğin, şekil 5.1 de görüldüğü gibi dönerek güç ileten bir mil sabit bir döndürme momentine

maruz kalırken burulma gerilmesi üretir. Eğer mil üzerinde sabit veya değişken radyal bir yük mevcut ise, bunun sonucunda da eğilme momenti oluşur.

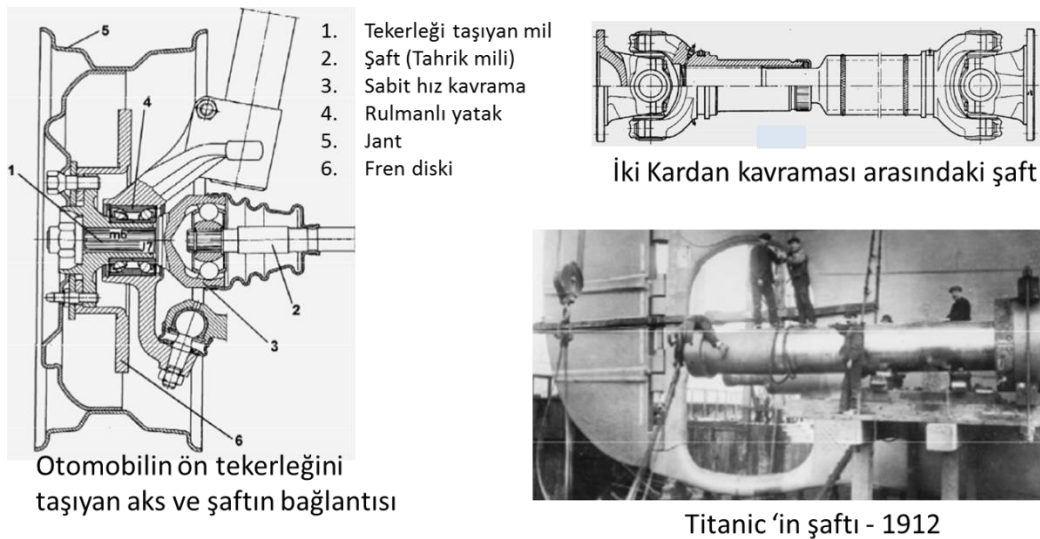


Şekil 5.2 Millerin Uygulamalarına İlişkin Örnekler

Mukavemet değerlerini sağlamak için, miller belli bir eğilme değeri kabul edilerek tasarlanırlar. Eğer mil üzerinde dişliler mevcut ise ve milin eğilmesi kabul edilebilir değerden fazla ise, çok fazla gürültülü çalışmaya sebep olur. Eğer mil üzerinde kamlar mevcut ise ve burulma değeri kabul edilebilen değerin üzerinde ise, kamların zamanlaması sorun olur. Millerde eğilme ve burulma değerleri yüksek ise, milin kritik dönme hızı azaltılarak bu sorun giderilebilir.

5.2 ŞAFTLAR

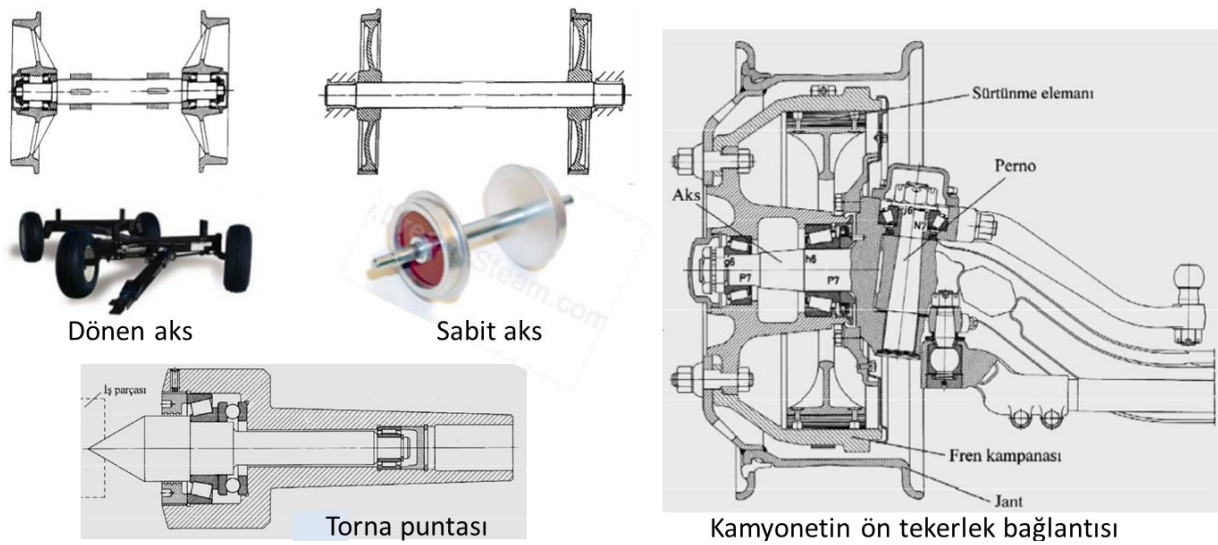
Herhangi bir makine elemanından almış olduğu döndürme momentini (enerjisini) diğer bir makine elemanına ileten ve sadece burulmaya maruz kalan millere **şaft** adı verilir. Şekil 5.3 de görüldüğü gibi taşıtlarda diferansiyel ile tekerlek arasında kullanılan miller, kardan kavraması arasında kullanılan içi boş miller, gemilerde motor ile pervane arasında kullanılan miller şaftlara verilebilecek en genel örneklerdir. Şaftlar yukarıda da belirtildiği gibi sadece burulmaya maruz kalan makine elemanlarıdır. Eğer burulma ve eğilme aynı anda etki ediyor ise veya sadece eğilme etki ediyor ise, bun makine elemanları **mil** olarak adlandırılmaktadır.



Şekil 5.3 Şaftların Çeşitli Kullanım Yerlerine Örnekler

5.3 AKSLAR

Geometrik görünüşleri açısından millere benzeyen, sadece yük taşıma görevi yapan ve bu nedenle de sadece eğilmeye zorlanan millere **aks** adı verilir. Akslar üzerlerine monte edilmiş dönme veya salınım hareketi yapan makine elemanlarına yataklık yapan ve kendisi enerji iletmeyen makine elemanlarıdır. Aksların millerden en önemli farkı, döndürme momenti iletmemesidir. Bu nedenle de akslar burulma momenti iletmeyen miller olarak da tanımlanabilirler. Aksların üzerinde taşıdıkları makine elemanları sabit veya dönen makine elemanları olabilecekleri gibi aksın kendisi de sabit veya döner olabilir. Akslar şekil 5.4 deki bazı örneklerde olduğu gibi genelde taşıt tekerleklerinde, konveyör destek makaralarında ve tamburlarında, halat makaralarında, zincir dişlilerinin ve dişli çarkların montajında ve gergi amaçlı kasknaklar gibi birçok uygulama alanlarında kullanılırlar.



Şekil 5.4 Aksların Çeşitli Kullanım Yerlerine Örnekler

5.4 MİL, ŞAFT VE AKS MALZEMELERİ VE İMALATI

Mil, şaft ve aks malzemesi olarak düşük karbonlu ve düşük mukavemetli imalat çeliklerinden yüksek karbonlu ve alaşımlı çeliklere kadar çeşitli çelikler mil, şaft ve aks imalatında kullanılmaktadır. Genelde mil imalatında karbon oranı %0.35 civarlarında olan genel yapı çelikleri Fe44 (St44), Fe50 (St50), Fe60 (St60) ve Fe70 (St70) kullanılmaktadır. Bu malzemelere Mo, W ve V gibi alaşımların katılmasıyla mukavemete daha iyi olan malzemeler elde edilmektedir.

Mukavemetin yüksek olması istenen durumlarda (büyük yüklerde) veya yüzey sertleştirilmesinin gerekli olduğu durumlarda C35, 40Mn4 veya 34Cr4 gibi ıslah çelikleri veya C15, Ck15, 16MnCr5, 25MoCr4 gibi sementasyon çelikleri veya sıcaklığa ve korozyona dayanıklı olan 18CrNi8 veya 42CrMo4 gibi çelikler en çok kullanılan mil, şaft ve aks malzemeleridir. Gıda ve kimya endüstrisinde ise sürekli olarak paslanmaz çelikler tercih edilmektedir.

Bu malzemelerin yanı sıra kompozit malzemelerde mil, şaft ve aks malzemesi olarak son yıllarda kullanılmaya başlanmıştır. Karbon elyafın taşıyıcı malzeme olarak kullanılmasıyla imal edilen mil, şaft ve akslar daha hafif olup titreşim, darbe ve gürültü sönümleme özellikleri metallere göre daha iyidir.

5.5 MİL, ŞAFT VE AKS İMALATI VE KONSTRÜKSİYON ÖNERİLERİ

Millerin, şaftların ve aksların imalatında ana işlemler, tornalama, frezeleme ve taşlama işlemleridir. Millerin bazılarının (özellikle küçük olan miller) tamamı sertleştirme işlemine tabi tutulurken bazı millerde sadece bölgesel sertleştirmeler yapılması yeterli olmaktadır. Bilye püskürtme (*shot-peening*) metodu veya yüzey ezme (*burnishing*) metodu kullanarak faturalı bölgelerde yararlı ön gerilmelerin oluşturulması uygulamalarda iyi sonuçlar vermektedir.

- Millerin, şaftların ve aksların toleranslı olarak imal edilmesi gereken bölgelerinde gereğinden dar boyut ve şekil toleransları seçilmemeli. Aynı şekilde gereksiz yüzey kalitesinden kaçınılmalı.
- İmalat sırasında mümkün olduğu kadar az tezgâh kullanılmalıdır.
- İmalat zamanını ve malzeme sarfiyatını azaltmak için imalatla kullanılacak silindirik veya kütük malzemenin ölçüleri imalat ölçülerine mümkün olduğu kadar yakın olmalıdır.
- Süreksizlik bölgelerinde yapılacak olan ek uygun yuvarlatmalar ile çentik etkisinin minimize edilmesi gerekliliği düşünülmelidir.
- Mil, şaft veya aksın boyu mümkün olduğu kadar kısa tutulmalı ve konstrüksiyondaki sehimi minimize etmek için kuvvetin etki ettiği noktalar yataklara yakın tutulmalıdır.
- Montajın gerektirdiği süreksizliklerin yüksek gerilme bölgelerinden uzak tutulmasına özen gösterilmelidir. Bu durum mümkün değil ise, büyük yuvarlatma yarıçapı seçilmesi ve yüzeyin hassas taşlanması yarar sağlamaktadır.
- Mukavemetin yeterli olduğu, yalnızca deformasyon (sehim) açısından önemli (kritik) olan tasarımlarda ucuz çelik kullanılabilir. Burada unutulmaması gereken sehimin malzemenin elastisite modülüne bağlı olduğu ve elastisite modülünün tüm çeliklerde hemen hemen aynı olmasıdır.
- Ağırlığın önemli olduğu durumlarda içi boş mil veya şaft kullanılır. Arabalarda hareket ileten şaft bu tiptedir. Şaftın ağırlığı azaltılarak kritik hızı artırılmış olur.

5.6 MİLLERİN, ŞAFTLARIN YATAKLANMASI

Dişli, kasnak, zincir dişlisi ve kam gibi makine elemanları taşıyan miller ve şaftlar mutlaka yataklanmak zorundadırlar. Eğer mil veya şaft sadece iki yatakla yataklandığında, eğilme miktarı kabul edilebilen değerler içinde kalıyor ise, bu son derece basit bir yataklama tasarımı olmuş olur. Fakat bazı durumlarda, mesela krank mili yataklanmasında, milin eğilme

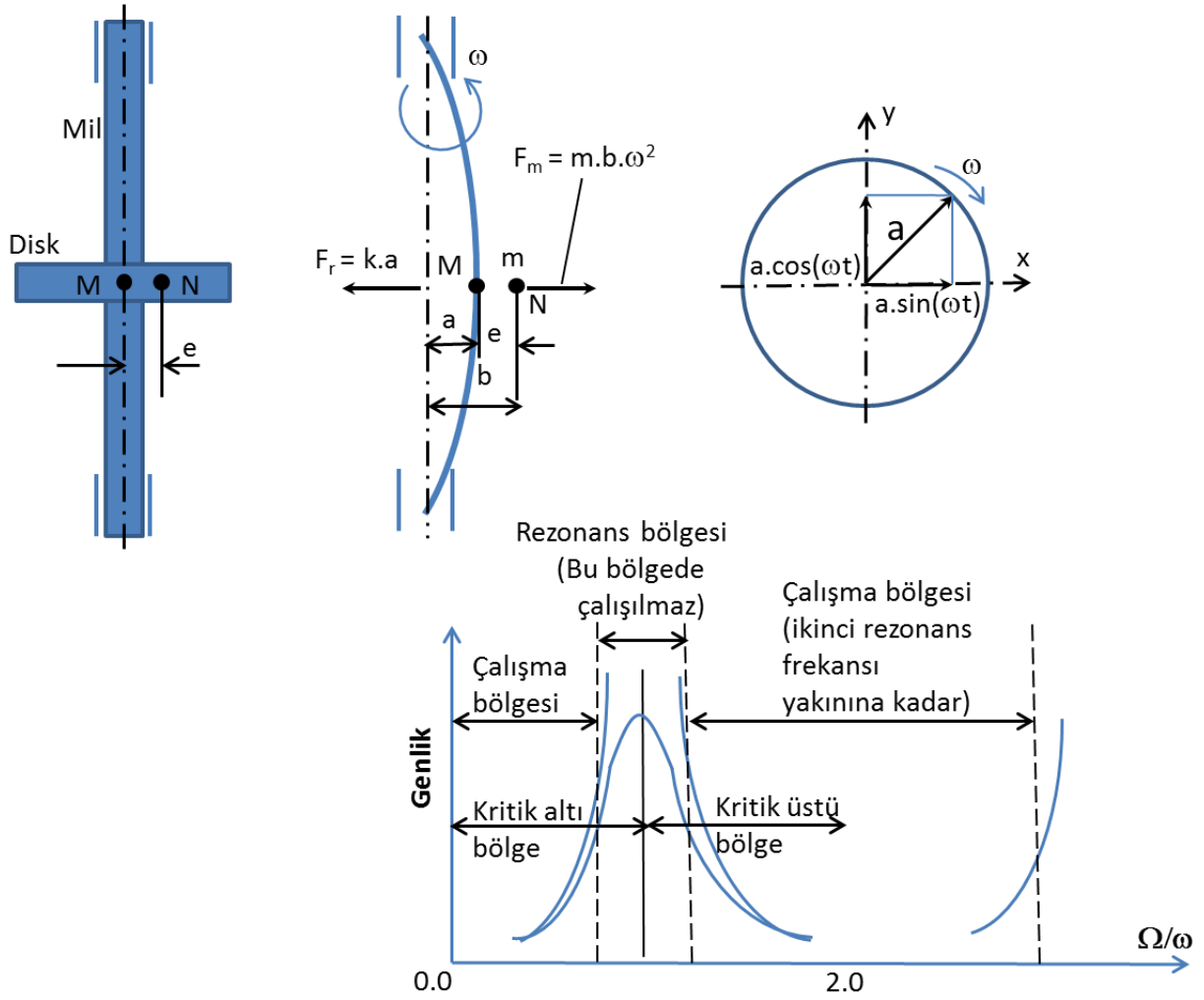
miktarını kabul edilebilir değerler içinde tutmak için, milin ikiden fazla yerden yataklanmasına ihtiyaç duyulur ve bu mutlak suretle yapılmalıdır.

Millerde ve şaftlarda her iki yönde oluşan eksenel kuvvetleri taşımak maksadıyla, sadece bir tane eksenel yatağın kullanılması yeterlidir. Çünkü millere ve şaftlara eksenel yük uygulanmayıp, eksenel yükler tasarımın ve hareketin doğasından ortaya çıkmaktadır. Bazı uygulamalarda milin ve şaftın yataklanmasında birden fazla rulman kullanılmakta olup burada her iki rulman da eksenel yük taşıma özelliği olan rulman olarak seçilebilir. Krank mili örneğinde ise birden fazla eksenel yatak kullanılır, fakat burada sadece bir eksenel yatak tüm eksenel yükü taşıyabilecek kapasiteye sahip olacak şekilde tasarlanır. İki tane eksenel yatak kullanılmasının amacı imalattan doğabilecek tolerans hatalarını minimize etmektir.

5.8 DÖNEN ŞAFT DİNAMİĞİ

Dönen miller veya şaftlar tasarlanırken milin veya şaftın çalışma bölgesi kritik hızlarından (devir sayılarından) uzakta seçilmelidir. Seçilen bu devir sayısı milin veya şaftın kritik hızından küçük olabileceği gibi büyükte olabilir. Bunun anlamı, milin veya şaftın mukavemet değerlerini değiştirerek çalışma bölgesi kritik hızın çok üstüne çıkarılabileceği gibi altına da düşürülebilir. Eğer mile veya şafta etki eden burulma veya eğilme veya her ikisi de dinamik ise (değişken ise), milin veya şaftın mukavemet hesapları yapılırken dinamik yüklemelerin olduğu göz önünde bulundurulmalıdır. Milin veya şaftın **burulma doğal frekansı** mile veya şafta uygulanan zorlayıcı frekanstan daha küçük seçilmelidir. Bunun anlamı ise, milin veya şaftın burulma doğal frekansı mümkün olduğu kadar küçük olmalıdır (şaftın sertliği gereğinden fazla olmamalıdır).

Yanal titreşimlere ve kritik hıza göre, imal edilen hiçbir milde veya şafta şekil 5.9 da görüldüğü gibi kütle dönme ekseninde değildir. Bu nedenle dönen milin veya şaftın hızı artırıldıkça, merkezde olmayan kütlelerin (balans olmamış kütlelerin) oluşturduğu merkezkaç kuvvetin etkisiyle mil veya şaft eğilmeye başlar. Şekil 5.9 da görüldüğü gibi merkezkaç kuvvetine sadece malzemenin elastik kuvvetleri karşı koymaya çalışır. Eğilme artıkça eksantriklik ve merkezkaç kuvvet artar. Dönme hızı (devir sayısı) en düşük kritik hızın altında ise, santrifüj kuvvetleri milin veya şaftın elastik kuvvetleri tarafından dengede tutulur. Kritik hızda ise, kütle merkezi teorik olarak sonsuz bir eğilmeye uğrar. Milin veya şaftın kendisinin ve yatakların sağladığı sönümleme sonucunda, şekil 5.9 da görüldüğü gibi teorik olarak sonsuz olan yer değiştirme sonlu hale gelir. Bununla birlikte yine de milin veya şaftın zarar görmesine engel olunamaz. Dönme hızının kritik hızın üzerine çıkması ile, kütle merkezi hızlı bir şekilde dönme merkezine yaklaşır. Yüksek hızla dönen millerde veya şaftlarda (yüksek hızlı türbinlerde) kritik hız bölgesi mile zarar verecek eğilmelerin ortaya çıkmaması için, hızlı bir şekilde geçilmelidir.



Şekil 5.9 Üzerinde Balans Yapılmamış Disk Olan Dönen Şaftın Dinamik Davranışı

Bu tip sistemlerin çalışma bölgeleri (devir sayıları) rezonans bölgesinden (zorlayıcı frekansın sistemin doğal frekansına eşit veya yakın olması durumundaki bölge) uzakta seçilmek zorundadır. Aksi takdirde rezonansın etkisiyle sistem kısa sürede parçalanır. Sistemi rezonans etkisinden korumak için çalışma bölgesi olarak ya rezonansın altında yada rezonansın üzerinde fakat ikinci rezonans bölgesinin altında bir çalışma bölgesi seçilir. Eğer çalışma bölgesi rezonansın üzerinde ise, rezonans bölgesi mümkün olan en hızlı bir şekilde geçilmek zorundadır. Bölgenin hızla geçilmesi oluşacak olan titreşimlerin (sehimin) o kadar daha az olması demektir.

Şekil 5.9 da verilen kuvvet dengesinden sistemin doğal frekansı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$F_r = F_m \Rightarrow ka = m\omega^2 b \Rightarrow \text{Şekilden } b = a + e$$

$$ka = m(a + e)\omega^2 \Rightarrow ma\omega^2 + me\omega^2 - ka \Rightarrow a = \frac{me\omega^2}{m\omega^2 - k}$$

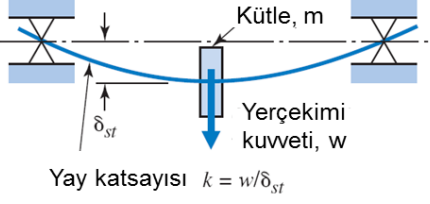
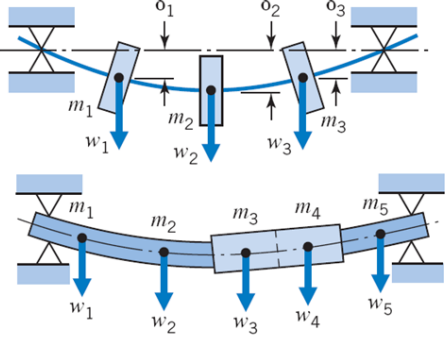
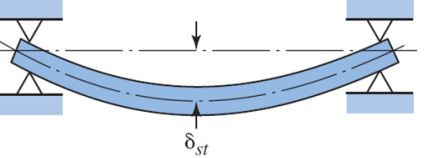
“a”nın sıfır olabilmesi için tek şart

$$m\omega^2 - k = > \quad \omega^2 = \frac{k}{m} \text{ veya } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Kritik hız ile milin veya şaftın doğal frekansı aynıdır. Temel kritik hız şekil 5.10 da denklem 5.1, 5.2 ve 5.3 ile verilmiştir.

Milin veya şaftın kritik hızı birçok noktada hesap edilen statik eğilme ile tahmin edilebilir. Şekil 5.10 da görülen çeşitli montaj durumları için verilen frekans ve kritik hız denklemlerindeki statik çökme (δ) ve yay katsayısı (k) aşağıdaki gibi hesaplanır. Buna göre, şekil 5.10 da görülen basit olarak desteklenmiş mil üzerinde herhangi bir pozisyona yerleştirilmiş yoğunlaştırılmış kütlerin (disklerin) oluşturduğu yer değiştirmeler (sehimler) aşağıdaki denklem kullanılarak hesaplanabilir.

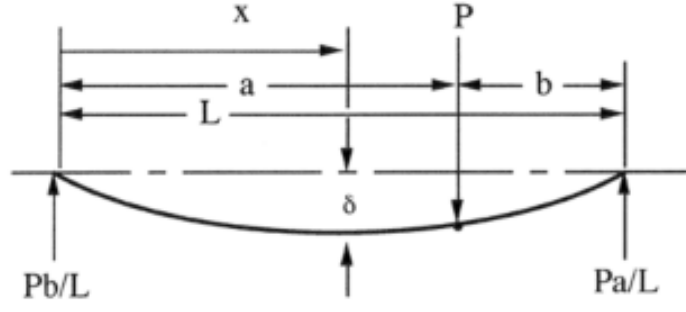
$$\delta = \frac{Pbx}{6LEI} (L^2 - x^2 - b^2) \quad \text{for } 0 \leq x \leq a$$

Tasarım Şekli	Kritik Hız Denklemi
a) Tek kütle  Kütle, m Yerçekimi kuvveti, w Yay katsayısı $k = w/\delta_{st}$	$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{kg}{w}} = \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}} \quad (5.1)$ $n_c = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{kg}{w}} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}} \quad (5.1a)$
b) Çok kütle 	$n_c \approx \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g(w_1\delta_1 + w_2\delta_2 + \dots)}{w_1\delta_1^2 + w_2\delta_2^2 + \dots}} \quad (5.2)$ $n_c \approx \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g \sum w\delta}{\sum w\delta^2}}$
c) Sadece milin/şaftın kütlesi var 	$\omega_n \approx \sqrt{\frac{5g}{4\delta_{st}}} \quad (5.3)$

Madde	Sembol	SI	İngiliz Sistemi
Mass	Kütle m	kg	lb · s ² /in. (slug)
Gravitational force	Yer çekim kuvveti w	N	lb
Static deflection	Statik yer değiştirme δ_{st}	m	in.
Shaft spring rate	Şaftın yay katsayısı k	N/m	lb/in.
Acceleration of gravity	İvmelenme g	m/s ²	in./s ²
Natural frequency	Doğal frekans ω_n	rad/s	rad/s
Critical speed	Kritik hız n_c	rpm	rpm

Sekil 5.10 Şaftın Kritik Hızı

Herhangi bir noktaya yoğunlaşmış kütle koyup her iki uç için moment alırsak yataklardaki destek kuvveti;



Şekil 5.11 Mil veya Şaftta Oluşan Yer Değiştirmenin Modellenmesi

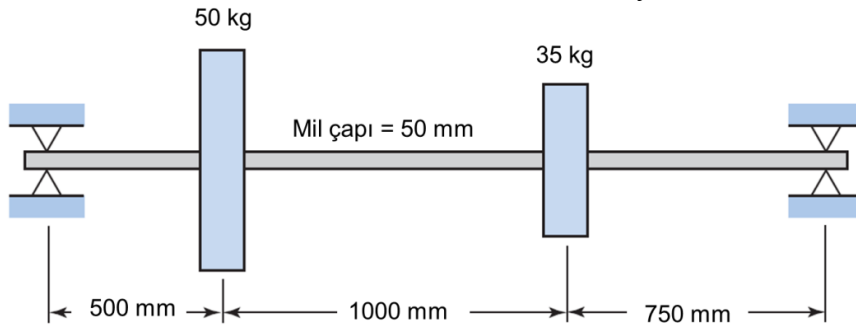
Eğer şaft veya mil üzerinde iki tane kütle mevcut ise ikinci kütle için x ve b mesafeleri diğer yataktan alınmak zorundadır. Çünkü denklemin çıkarılışında x mesafesi içinde kalan bölgede herhangi bir kütle yok kabul edilmiştir

Tablo: 5.1 Değişik Mil veya Şaft Disk Kombinasyonları için Yay Katsayısı

	$a < b \text{ ise } k = \frac{3EI l}{a^2 b^2}$
	$a = b = l/2 \text{ ise } k = \frac{48EI}{l^3}$
	$k = \frac{3EI}{a^2(a + l)}$

Şekil 5.10 da verilen denklemlerde (5.1, 5.1a, 5.2 ve 5.3) kullanılan yay katsayısının verilmemesi durumunda (genelde malzemenin fiziksel özellikleri arasında mevcuttur), tablo 5.1 de değişik montaj durumları için verilen formüller kullanılabilir.

Problem 7: Şekilde üzerinde iki kütle olan milin kritik devir sayısını bulunuz.

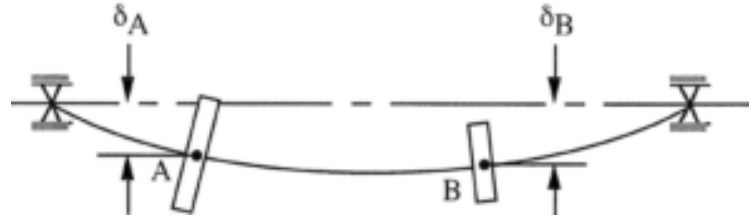


Verilenler: Şekilde

İstenenler : Kritik hız?

Çözüm ve Kabuller:

1. Yatak sürtünmeleri ihmal ediliyor ve yataklar mil ile aynı eksendedir.
2. Şaft lineer elastik.
3. Şaft basit olarak desteklenmiş.
4. Şaftın kütlesi ihmal ediliyor.

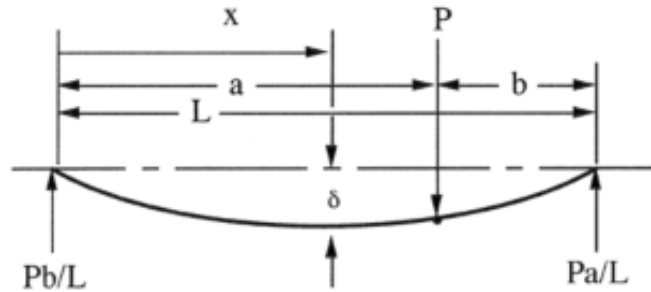


Basit olarak desteklenmiş mil üzerinde herhangi bir pozisyona yerleştirilmiş yoğunlaştırılmış kütle için elde edilmiş denklemler kullanılarak kütlelerin olduğu noktalardaki yer değiştirme aşağıdaki gibi bulunur.

$$\delta = \frac{Pbx}{6LEI} (L^2 - x^2 - b^2) \quad \text{for } 0 \leq x \leq a \text{ ve } E \text{ for Çelik; } 207 \text{ GPa}$$

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi (0.050)^4}{64} = \mathbf{0.0000003 \text{ m}^4}$$

Yoğunlaşmış kütle için herhangi bir noktaya koyup her iki uç için moment alırsa destek kuvveti;



A noktasındaki 50 kg yoğunlaşmış kütle için oluşturduğu çökme;

$$\delta_{A(50)} = \frac{50(9.81)(1.75)(0.5)}{6(2.25)207 \times 10^9 (3 \times 10^{-7})} (2.25^2 - 0.50^2 - 1.75^2) = \mathbf{0.00089 \text{ m}}$$

A noktasındaki 35 kg yoğunlaşmış kütle için oluşturduğu çökme;

$$\delta_{A(35)} = \frac{35(9.81)(0.75)(0.5)}{6(2.25)207 \times 10^9 (3 \times 10^{-7})} (2.25^2 - 0.50^2 - 0.75^2) = \mathbf{0.00065 \text{ m}}$$

A noktasındaki toplam yer değiştirme=

$$\delta_A = 0.00089 + 0.00065 = \mathbf{0.00154 \text{ m}}$$

İki kütleli millerde diğer taraftaki mil için x ve b mesafeleri diğer yataktan alınmak zorundadır. Çünkü denklemim çıkarılışında x mesafesi içinde kalan bölgede herhangi bir kütle yok kabul edilmiştir. Eğer 50 kg lık kütlenin B deki çökmesini hesaplarken biz aynı eksenleri kullanırsak 50 kg lık kütle x mesafesinin içinde kalır. Bu durumda yanlış olur. Bunun için sadece 50 kg lık kütlenin B deki çökmesinin hesabında denklem diğer taraftaki yataktan uygulanmalıdır. (örnekte olduğu gibi)

B noktasındaki 35 kg yoğunlaşmış kütlenin oluşturduğu çökme;

$$\delta_{B(35)} = \frac{35(9.81)(0.75)(1.50)}{6(2.25)207 \times 10^9(3 \times 10^{-7})} (2.25^2 - 1.50^2 - 0.75^2) = \mathbf{0.00069 \text{ m}}$$

B noktasındaki 50 kg yoğunlaşmış kütlenin oluşturduğu çökme;

$$\delta_{B(50)} = \frac{50(9.81)(0.50)(0.75)}{6(2.25)207 \times 10^9(3 \times 10^{-7})} (2.25^2 - 0.75^2 - 0.50^2) = \mathbf{0.00093 \text{ m}}$$

B noktasındaki toplam yer değiştirme=

$$\delta_B = 0.00093 + 0.00069 = \mathbf{0.00162 \text{ m}}$$

Denklem 17.2 den

$$n_c = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g(w_A \delta_A + w_B \delta_B)}{w_A \delta_A^2 + w_B \delta_B^2}}$$

$$n_c = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{(9.81)\{(9.81)[50(0.00154) + 35(0.00162)]\}}{(9.81)[50(0.00154)^2 + 35(0.00162)^2]}} = \mathbf{754 \text{ rpm}}$$

5.9 AYRINTILI MİLL, ŞAFT VE AKS TASARIMI

Mil, şaft ve aks tasarımı için kurallar başlık 5.5 de toplanmıştır.

Milin veya şaftın izin verilebilir maksimum eğilmesi genelde kritik hız, dişli veya yataklama gereksinimleriyle belirlenir. Kritik hız gereksinimi uygulamadan uygulamaya değişmektedir. Yeterli dişli ve yatak performansı için müsaade edilen mil veya şaft eğilmesi dişli veya yatak tasarımı ve uygulamaları ile değişmektedir. Bunlara rağmen, takip eden maddeler genel olarak uygulanabilir.

1. Birlikte çalışan dişlilerde eğilme 0.13 mm (0.005 inç) den fazla olmamalıdır. İzafi eğilme ise 0.03° den fazla olmamalıdır.

2. Milin, şaftın veya aksın eğilmesi kaymalı yatak boyunca yağ filminin kalınlığından az olmalıdır.
3. Milin veya şaftın açısal eğilmesi bilyeli yataklarda 0.04° dereceyi aşmamalıdır. Bu değer kendi kendini ayarlayan rulmanlarda biraz daha fazla olabilir.

Eğer mil üzerinde burulma ve eğilme söz konusu ise, mil veya şaft için eğilme hesaplamaları yapıldıktan sonra, bu hesaplara ilaveten, burulmaya bağlı yer değiştirme mutlaka hesaplanmalıdır.

Dönen mil veya şaftın yorulma mukavemetinin belirlenmesi, genel olarak mil veya şaftın iki ekseninde yüklenerek analiz edilmesiyle ortaya konulur. Mil, şaft ve aks tasarımına başlandığında, ya mukavemet ya da yer değiştirme kritik faktör alınarak hesaplamalar yapılır. Daha sonra, geriye kalan faktörler (yer değiştirme veya mukavemet) kontrol edilir.

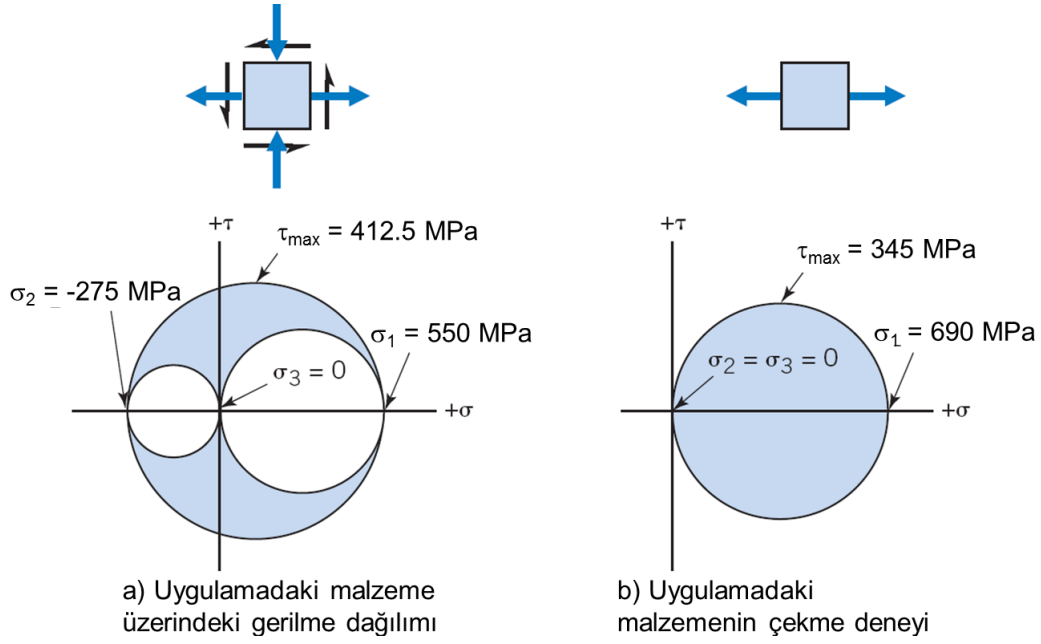
5.10 STATİK AKMA TEORİLERİ

Mühendisler genelde en çok şekil 5.12'de görülen makine elemanları veya yapı elemanları gibi problemlerle karşılaşmaktadırlar. Örnek olarak, statik yüklerin etki ettiği bir makine elemanında kritik bölgede oluşan gerilmeler Şekil 5.12'de görüldüğü gibi $\sigma_1 = 550 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = -275 \text{ MPa}$ ve $\sigma_3 = 0$ olsun. Bu makine elemanının tasarlandığı malzeme için yapılan çekme testlerinde çekme gerilme dayanımı 690 MPa olsun.

Tüm malzemelerin ve bu malzemeler için tüm gerilme kombinasyonlarının (σ_1 , σ_2 ve σ_3) test edilmesi pratik olarak uygun değildir. Ancak malzemenin sadece çekme testi yapıp, bu değer akma teorileriyle kullanılarak, malzemenin çeşitli gerilme yüklemesi durumlarındaki davranışı ortaya konabilir. Akma teorilerinin arkasındaki düşünce **“yükleme nasıl olursa olsun standart çekme testinde başarısız olunmuş ise, diğer tüm statik yüklemelerde başarısız olunur”**. Şekil 5.12b'de verilen malzemenin çekme deneyinde kopma gerilmesinin 690 MPa dır. Bu durumda her hangi bir yüklemeye için gerilme değeri $\sigma_1 = 690 \text{ MPa}$ değerini geçmesi durumunda malzeme kırılır. Şekil 5.12a'da görülen yüklemeye durumunda ise $\sigma_1 = 550 \text{ MPa}$ olduğunda malzemede çekme sonucunda kırılma olmaz. Buna rağmen şekil 5.12a'da görüldüğü üzere uygulamada oluşan kayma gerilmesi malzemenin dayanabileceği kayma gerilmesinden daha büyük olması nedeniyle malzemede kırılma gözlenir.

Makine elemanlarının gerilme analizlerinde genelde aşağıda belirtile üç teorem kullanılmaktadır. Bu teoriler;

1. Maksimum normal gerilme
2. Maksimum kayma gerilmesi
3. Maksimum şekil değiştirme



Şekil 5.12 Akma Teorilerinin Uygulandığı Genel Durumlar

5.10.1 MAXİMUM NORMAL GERİLEME TEORİSİ

Bu teorinin uygulamasında, ne zaman en büyük gerilme malzemenin mukavemet değerini geçer, o zaman kırılma oluşur veya ne zaman basma gerilmesi malzemenin dayanabileceği tek eksenli basma gerilmesini geçerse kırılma oluşur.

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \text{ durumunda } \sigma_e = \sigma_{max}, \quad \sigma_1 \leq \sigma_{em} \text{ ve } \sigma_{em} = \frac{\sigma_{max}}{(SF)} \quad (5.4)$$

5.10.2 MAXİMUM KAYMA GERİLMESİ TEORİSİ

En eski kırılma teorisi olarak bilinmekte olup (Coulomb 1736-1806), daha sonraki yıllarda (1864) Tresca bu konuda 1900 civarında test yaparak bu teorinin daha geniş kullanımını sağlamış olmasından dolayı çoğu zaman **Tresca teorisi** olarak da adlandırılmaktadır. Bu teoriye göre malzemeye uygulanan yükleme sonucunda maksimum kayma gerilmesi malzemenin dayanabileceği kayma gerilmesinden fazla olursa malzeme ya akar veya kırılır. Malzeme için kayma gerilmesi, standart tek eksenli çekme testinden elde edilen değerdir.

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \text{ ise } \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{S_y}{(SF)}; \sigma_e = \sigma_{max} - \sigma_{min} = 2 \tau_{max} \leq \sigma_{em} = \frac{\sigma_{max}}{(SF)} \quad (5.4)$$

Burada;

S_y : Malzemenin akma sınırı

SF : Emniyet katsayısı

5.10.3 MAXIMUM ŞEKİL DEĞİŞTİRME TEORİSİ

Kısaca maksimum şekil değiştirme teorisine göre elastik bölgede kalmak koşulu ile malzemeye uygulanan gerilmenin etkisiyle malzemenin şekli ve hacmi veya her ikisi de çok az değişikliğe uğrar. Bu değişiklik için gerekli olan elastik enerji malzemenin içinde depolanmıştır. Mühendislikte kullanılan metal malzemeler genel olarak çok az şekil değiştirme enerjisi depolayabildikleri kabul edilir (enerji malzemenin şeklini değiştirip boyutlarını değiştirmez). Bu durumda şekil değiştirme enerjisinin büyük bir kısmı malzemeye etki ederek malzemenin kırılmasına neden olur.

Bu teori kullanılırken **eşdeğer gerilme**, σ_e , kullanılması son derece faydalı olur. Eşdeğer gerilme, gerçek gerilmenin neden olduğu şekil değiştirme enerjisi kadar enerji üretecek tek eksenli çekme gerilmesi değerine eşittir. Mevcut yüklemenden doğan asal gerilmeler kullanılarak eşdeğer gerilme aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}}[(\sigma_2 - \sigma_1)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2]^{1/2} \quad (5.5)$$

İki eksenli yükleme durumu için ($\sigma_3 = 0$);

$$\sigma_e = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2)^{1/2} \quad (5.6)$$

Eğer direk gerilmeler var ise;

$$\sigma_e = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau_{xy}^2)^{1/2} \quad (5.7)$$

Eğer tek eksenli gerçek gerilme mevcut ise;

$$\sigma_e = (\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2)^{1/2} \quad (5.8)$$

Eşdeğer gerilme akma gerilmesi ile karşılaştırılmalıdır. Buna göre, eşdeğer gerilme malzemenin akma sınırına eşit veya düşük olmalıdır,

$$\sigma_e \leq S_y/(SF) \quad (5.9)$$

5.11 STATİK YÜKLEME

Burada değişik yükleme çeşitleri hesaba katılacaktır. Mil, şaft ve aks tasarımcısı mutlaka ya mile, şafta veya aksa etki eden kuvvetleri taşıyabilecek en küçük boyutları (mil ise, mil çapını) veya var olan tasarımın emniyet katsayısını hesap edecektir.

5.11.1 EĞİLME MOMENTİ VE BURULMA

Mile veya şafta etki eden kuvvetlerin etkisinde milin veya şaftın eğilmeye ve burulmaya zorlandığı düşünülün. Bu durumda gerilme denklemleri;

$$\sigma_x = \frac{Mc}{I} \quad ve \quad \tau_{xy} = \frac{Tc}{J} \quad (5.10)$$

Burada:

$$c = \frac{d}{2}, \quad I = \frac{\pi d^4}{64} \quad ve \quad J = \frac{\pi d^4}{32}$$

Bu denklemleri denklem 5.10 da yerine koyarsak, gerilmeler:

$$\sigma_x = \frac{32M}{\pi d^3} \quad ve \quad \tau_{xy} = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (5.11)$$

Düzlemsel gerilme için asal gerilmeler aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\tau_{xy}^2 + \frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4}} \quad ve \quad \tau_{max}, \tau_{min} = \tau_1, \tau_2 = \pm \sqrt{\tau_{xy}^2 + \frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4}}$$

Buradaki düzlem gerilme uygulamasında y-yönünde herhangi bir gerilme değişiminin olmadığını ve x-yönünde gerilmenin düzgün dağıldığını kabul edelim. Bu durumda yukarıdaki denklemler aşağıdaki şekli almaktadır.

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\tau_{xy}^2 + \frac{\sigma_x^2}{4}} \quad (5.12)$$

veya

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{16}{\pi d^3} \left(M \pm \sqrt{M^2 + T^2} \right) \quad (5.13)$$

Asal kayma gerilmesi;

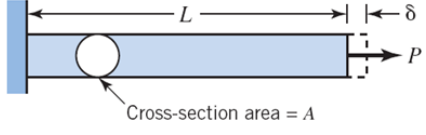
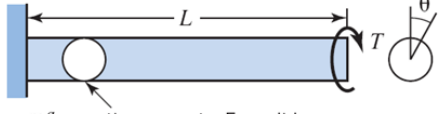
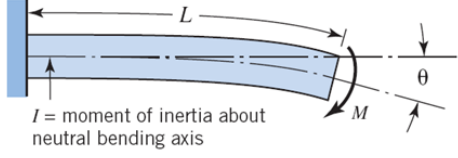
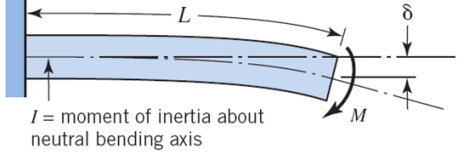
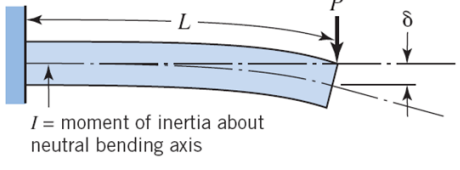
$$\tau_1, \tau_2 = \pm \sqrt{\tau_{xy}^2 + \frac{\sigma_x^2}{4}} \quad (5.14)$$

veya

$$\tau_1, \tau_2 = \pm \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{M^2 + T^2} \quad (5.15)$$

Tablo 5.2 de bazı değişik geometriler için eğilme ve rijitlik formülleri verilirken, tablo 5.3 de ise bazı değişik geometriler için burulma sapması (burulma) eşitlikleri verilmektedir. Bunların dışındaki geometriler için literatüre bakmak uygun olur.

Tablo 5.2 Düzgün Kesitli Düz Barlar İçin Eğilme ve Rijitlik Formülleri

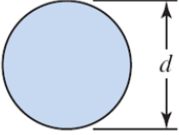
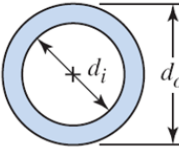
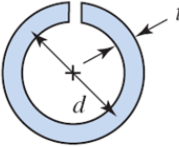
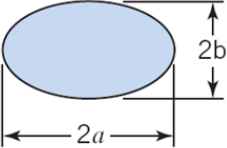
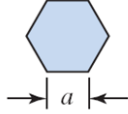
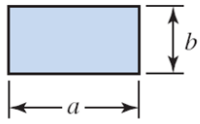
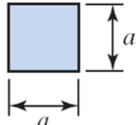
Number	Case	Sapma	Deflection	Spring Rate	Yay Oranı
1.	Çekme veya basma Tension or compression  Cross-section area = A		$\delta = \frac{PL}{AE}$	$k = \frac{P}{\delta} = \frac{AE}{L}$	
2.	Torsion Burulma  K'^a = section property. For solid round section, $K' = J = \pi d^4/32$.		$\theta = \frac{TL}{K'G}$ For solid round bar and deflection in degrees, $\theta^\circ = \frac{584TL}{d^4G}$	$K = \frac{T}{\theta} = \frac{K'G}{L}$	Dolu dairesel bar için derece olarak sapma
3.	Eğilme (açısal yer değiştirme) Bending (angular deflection)  I = moment of inertia about neutral bending axis		$\theta = \frac{ML}{EI}$	$K = \frac{M}{\theta} = \frac{EI}{L}$	
4.	Eğilme (lineer yer değiştirme) Bending (linear deflection)  I = moment of inertia about neutral bending axis		$\delta = \frac{ML^2}{2EI}$	$k = \frac{M}{\delta} = \frac{2EI}{L^2}$	
5.	Sondan yüklenmiş konsol kiriş Cantilever beam loaded at end  I = moment of inertia about neutral bending axis		$\delta = \frac{PL^3}{3EI}$	$k = \frac{P}{\delta} = \frac{3EI}{L^3}$	

Note: See Appendixes A-4 and A-5 for appropriate SI units and prefixes.

^a See Table 5.2 for values of K' for other sections.

Tablo 5.3 Burulma Sapması Formülleri

$\theta = \frac{TL}{K'G}$ where values for K' are the following.
Buradaki K' değerleri aşağıdaki gibidir

Cross Section	Formula for K'
	$K' = J = \frac{\pi d^4}{32}$
	$K' = J = \frac{\pi}{32}(d_o^4 - d_i^4)$
	$K' = \frac{\pi dt^3}{32}$
	$K' = \frac{\pi a^3 b^3}{a^2 + b^2}$
	$K' = 0.0216a^4$
	$K' = 2.69a^4$
	$K' = \frac{ab^3}{16} \left[\frac{16}{3} - 3.36 \frac{b}{a} \left(1 - \frac{b^4}{12a^4} \right) \right]$
	$K' = 0.1406a^4$

5.11.1.1 MAKSİMUM KAYMA GERİLMESİ TEORİSİ

Düzlemsel veya iki eksenli yüklemde maksimum kesme gerilmesi teorisine göre analizler aşağıdaki gibi yapılır.

$$|\sigma_1 - \sigma_2| \geq \frac{S_y}{SF} \quad (5.16)$$

Denklem 5.13 denklem 5.16 da yerine konulur ise;

$$\frac{32\sqrt{M^2 + T^2}}{\pi d^3} \geq \frac{S_y}{SF} \quad (5.17)$$

Maksimum kesme gerilmesi teorisi yükleme karşısında kırılmanın oluşabileceği en küçük çapı aşağıdaki gibi belirler.

$$d = \left(\frac{32 SF}{\pi S_y} \sqrt{M^2 + T^2} \right)^{1/3} \quad (5.18)$$

Eğer çap biliniyor ve emniyet katsayısı bilinmiyor ise, bu durumda:

$$SF = \frac{\pi d^3 S_y}{32\sqrt{M^2 + T^2}} \quad (5.19)$$

5.11.1.2 ŞEKİL DEĞİŞTİRME TEORİSİ

Düzlemsel veya iki eksenli yüklemde şekil değiştirme teorisine göre analizler aşağıdaki gibi yapılır.

$$(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2)^{1/2} \geq \frac{S_y}{SF} \quad (5.20)$$

Denklem 5.13 denklem 5.20 de yerine konulur ise;

$$\frac{16}{\pi d^3} \sqrt{4M^2 + 3T^2} \geq \frac{S_y}{SF} \quad (5.21)$$

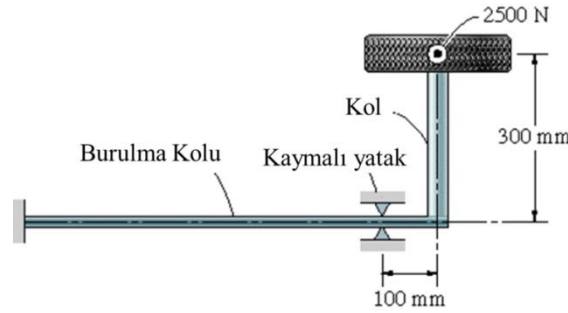
Şekil değiştirme teorisi yükleme karşısında kırılmanın oluşabileceği en küçük çapı aşağıdaki gibi belirler.

$$d = \left(\frac{32 SF}{\pi S_y} \sqrt{M^2 + \frac{3}{4} T^2} \right)^{1/3} \quad (5.22)$$

Eğer çap biliniyor ve emniyet katsayısı bilinmiyor ise, bu durumda:

$$SF = \frac{\pi d^3 S_y}{32 \sqrt{M^2 + \frac{3}{4} T^2}} \quad (5.23)$$

Problem 1: Darbeleri yutması için otomobilin arka tekerine bağlı bulunan burulma yayı, otomobilin altına yatak ve cıvatarla sabitlenmiştir. Tekerleğe gelen yük ile tekerleğin bağlı olduğu kolun ve burulma çubuğunun boyutları şekilde verilmiştir. Burulma çubuğunun çapı 28 mm olup, burulma çubuğundaki gerilmeyi hesaplayınız.



Verilenler: Şekilde ve $d = 28 \text{ mm}$

İstenen: Burulma barına etki eden gerilme.

Çözüm: $\sigma_x = \frac{Mc}{I}$ ve $\tau_{xy} = \frac{Tc}{J}$

$$M = 2500(0.1) = 250 \text{ Nm}; \quad c = \frac{0.028}{2} = 0.014 \text{ m}; \quad T = 2500(0.3) = 750 \text{ Nm}$$

$$I = \frac{\pi(0.028)^4}{64} = 3.02 \times 10^{-8}; \quad J = \frac{\pi(0.028)^4}{32} = 6.04 \times 10^{-8}$$

$$\sigma_x = \frac{Mc}{I} = \frac{250(0.014)}{3.02 \times 10^{-8}} \Rightarrow \sigma_x = 116002145 \text{ Pa} = 116 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = \frac{Tc}{J} = \frac{750(0.014)}{6.04 \times 10^{-8}} \Rightarrow \tau_{xy} = 173841059 \text{ Pa} = 174 \text{ MPa}$$

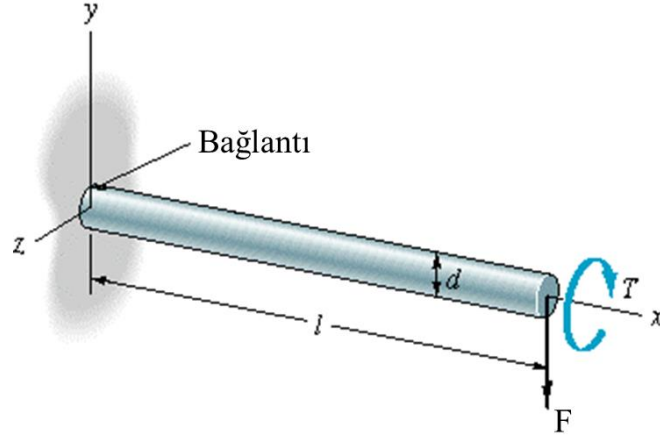
$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\tau_{xy}^2 + \frac{\sigma_x^2}{4}} = \frac{116}{2} \pm \sqrt{174^2 + \frac{116^2}{4}}$$

$$\sigma_1 = 241.4 \text{ MPa}, \quad \sigma_2 = -125.4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_e = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2)^{\frac{1}{2}} = ((241.4)^2 + (-125.4)^2 - (241.4)(-125.4))^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma_e = 322.9 \text{ MPa}$$

Problem 2: Şekilde görüldüğü gibi içi dolu bir mil radyal kuvvetin ve momentin etkisi altındadır. Mil malzemesinin akma sınırı 345 MPa olup milin serbest ucuna 2225 N radyal kuvvet and 1355 Nm moment etki etmektedir. milin uzunluğu 127 mm ve emniyet katsayısı 2 dir. Bu yükleme altında malzemede akma olmayacak şekilde mil çapını a) maksimum kayma gerilmesi teorisi b) şekil değiştirme teorisini kullanarak bulunuz.



Verilenler: $S_y = 345 \text{ MPa}$, $F = 2225 \text{ N}$, $T = 1355 \text{ Nm}$; $l = 127 \text{ mm}$ ve $SF = 2$

İstenen: $d = ?$

Çözüm:

$$\sigma_x = \frac{Mc}{I} \quad \text{ve} \quad \tau_{xy} = \frac{Tc}{J}$$

$$M = 2225(0.127) = \mathbf{282.6 \text{ Nm}}; \quad T = \mathbf{1355 \text{ Nm}}$$

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{16}{\pi d^3} \left(M \pm \sqrt{M^2 + T^2} \right) = \frac{16}{\pi d^3} \left(282.6 \pm \sqrt{(282.6)^2 + (1355)^2} \right)$$

$$\sigma_1 = \frac{8488.7}{d^3}, \quad \sigma_2 = \frac{-5610.2}{d^3}$$

$$\tau_1, \tau_2 = \pm \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{(282.6)^2 + (1355)^2}$$

$$\tau_{max} = \tau_1 = \frac{7049.4}{d^3},$$

a) Maksimum akma gerilmesi teorisine göre;

$$|\sigma_1 - \sigma_2| = 2\tau_{max} < \frac{S_y}{SF} \Rightarrow \left| \frac{8488.7}{d^3} - \frac{-5610.2}{d^3} \right| = \frac{345 \times 10^6}{2}$$

$$d^3 = \frac{14098.9}{(172.5) \times 10^6} \Rightarrow d > \mathbf{0.043 \text{ m} = 43 \text{ mm}}$$

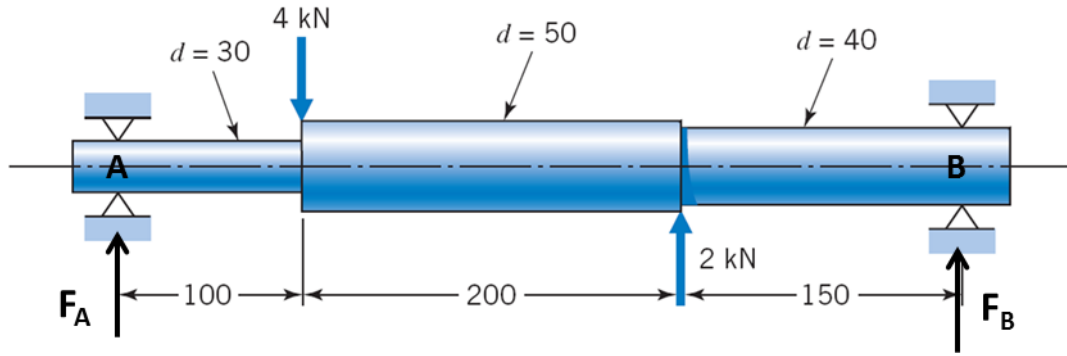
b) Şekil değiştirme teorisine göre;

$$\sigma_e = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2)^{1/2} < \frac{S_y}{SF}$$

$$\left[\left(\frac{8488.7}{d^3} \right)^2 + \left(\frac{-5610.2}{d^3} \right)^2 - \left(\frac{8488.7}{d^3} \right) \left(\frac{-5610.2}{d^3} \right) \right]^{1/2} < \frac{345 \times 10^6}{2}$$

$$\frac{12294.5}{d^3} < (172.5) \times 10^6 \Rightarrow d > \mathbf{0.0414 \text{ m} = 41.4 \text{ mm}}$$

Problem 3: Şekildeki gibi iki ayrı yükün uygulandığı mil her iki ucundan yataklanmıştır. Şaft boyunca oluşan yer değiştirmeleri hesaplayınız. Mil çelik malzemeden imal edilmiş olup, $E = 207 \text{ GPa}$. Şekildeki ölçüler mm cinsindendir.



Verilenler: Şekilde, $E = 207 \text{ GPa}$

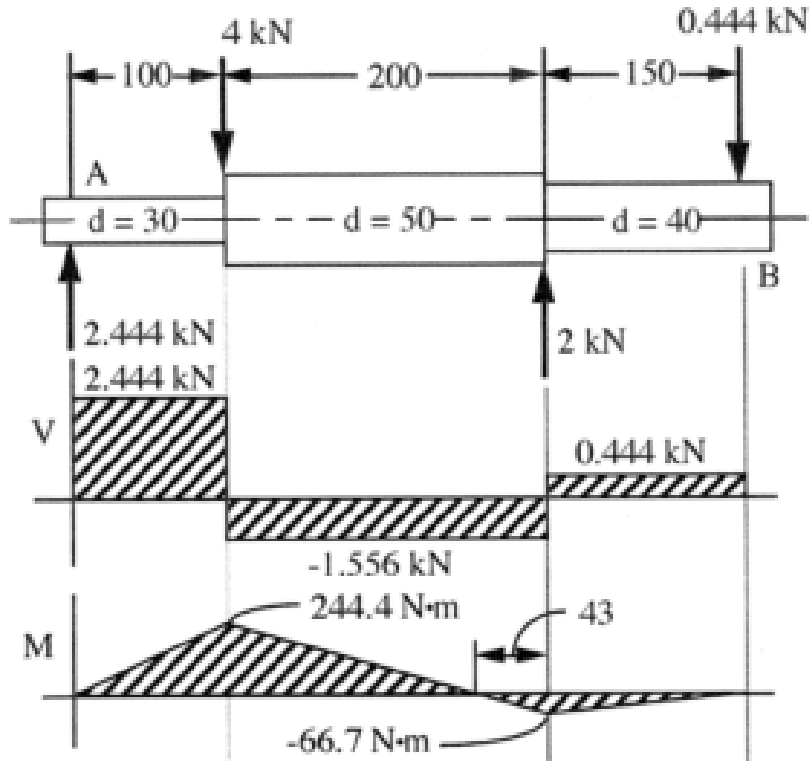
İstenenler: Yer değiştirme grafiğini elde edilecek

Çözüm: İçi dolu mil için atalet momenti;

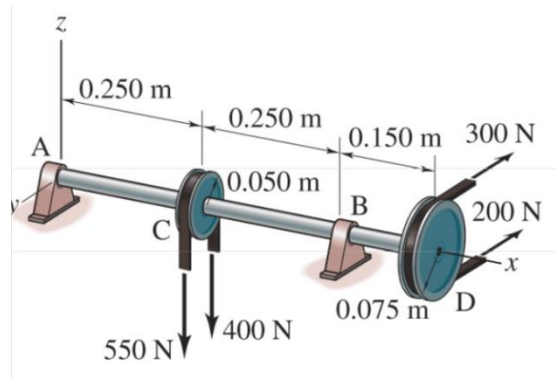
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 4(100) - 2(300) - F_B(450) = 0 \Rightarrow F_B = -0.444 \text{ kN}$$

$$\sum F = 0 \Rightarrow F_A - 4 + 2 - F_B = 0 \Rightarrow F_A = 2.444 \text{ kN}$$

$$M1 = 2444(0.1) = \mathbf{244.4 \text{ Nm}}; \quad M2 = 2444(0.3) - 4000(0.2) = \mathbf{-66.8 \text{ Nm}}$$



Problem 4: Şekilde görülen kayış kasnak sistemi A ve B noktalarından sürtünmesi sıfır olan rulmanlar ile yataklanmıştır. Mil malzemesinin akma sınırı 500 MPa ve emniyet katsayısı 2 olsun. Buna göre milin çapını a) şekil değiştirme teorisini kullanarak b) maksimum kayma gerilmesi teorisini kullanarak bulunuz. Yükleme için serbest çisim, eğilme ve döndürme momenti diyagramlarını çiziniz.



Verilenler: Şekil üzerinde, $S_y = 500, \text{MPa}$, $SF = 2$

İstenenler: $d = ?$

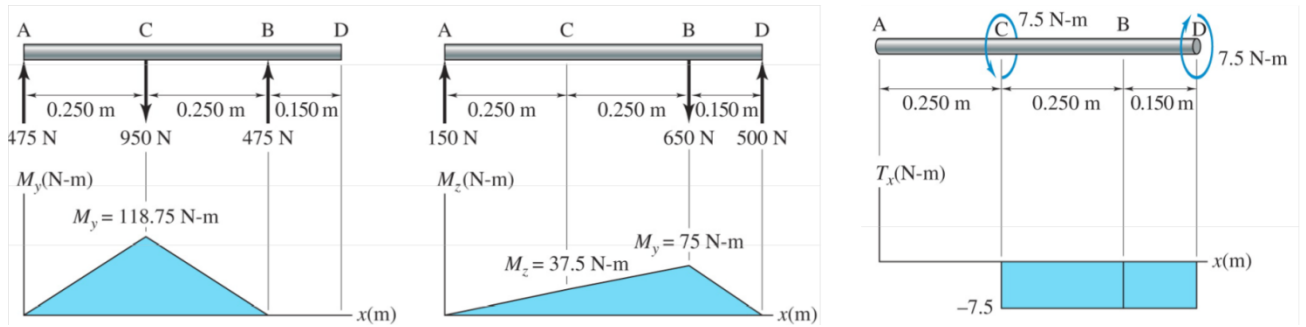
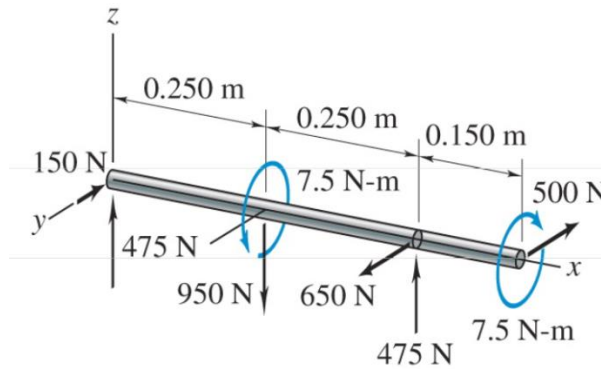
Çözüm:

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow F_{Az} - (550 + 400) + F_{Bz} = 0 \Rightarrow F_{Az} + F_{Bz} = 950$$

$$\sum M_{Ay} = 0 \Rightarrow -950(0.25) + F_{Bz}(0.5) = 0 \Rightarrow F_{Bz} = 475 \text{ N ve } F_{Az} = 475 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{Ay} + F_{By} = (300 + 200) \Rightarrow F_{Ay} + F_{By} = 500$$

$$\sum M_{Az} = 0 \Rightarrow -F_{By}(0.5) + 500(0.65) = 0 \Rightarrow F_{By} = 650 \text{ N ve } F_{Az} = -150 \text{ N}$$



$$M_{max} = \sqrt{(118.75)^2 + (37.5)^2} \Rightarrow M_{max} = 124.53 \text{ Nm}$$

$$T = 7.5 \text{ Nm}$$

$$\text{a) } d = \left(\frac{32 SF}{\pi S_y} \sqrt{M^2 + \frac{3}{4} T^2} \right)^{1/3} = \left(\frac{32(2)}{\pi(500 \times 10^6)} \sqrt{(124.53)^2 + \frac{3}{4} (7.5)^2} \right)^{1/3}$$

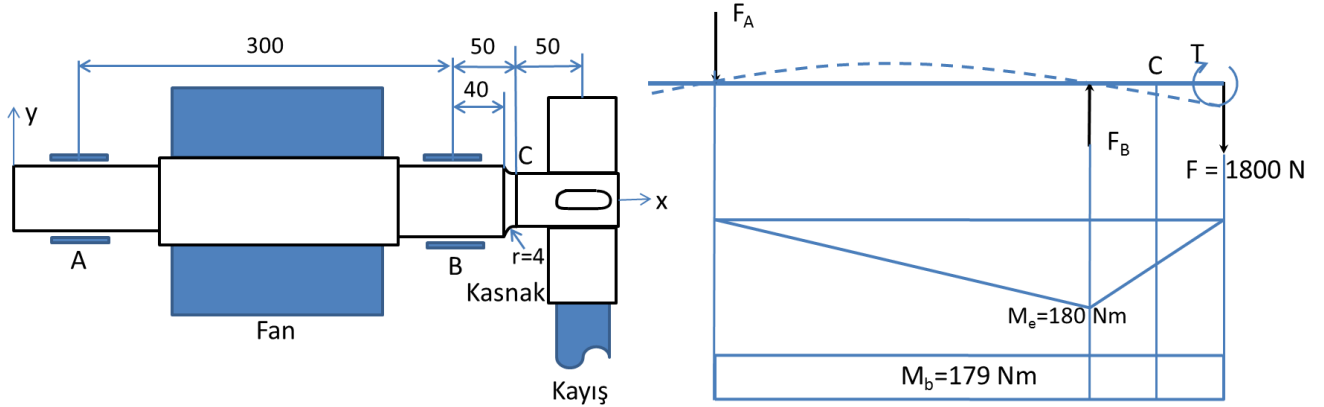
$$d = 0.0172 \text{ m} = 17.2 \text{ mm}$$

$$\text{b) } d = \left(\frac{32 SF}{\pi S_y} \sqrt{M^2 + T^2} \right)^{1/3} = \left(\frac{32(2)}{\pi(500 \times 10^6)} \sqrt{(124.53)^2 + (7.5)^2} \right)^{1/3}$$

$$d = 0.0172 \text{ m} = 17.2 \text{ mm}$$

Problem 5: Şekilde görüldüğü gibi kayış kasnak sistemiyle gücü 15 KW olan bir fan 800 dev/dak hız ile döndürülmektedir. Fanın mile ST50 çeliğinden kademeli imal edilmiş olup, A ve B noktalarından yataklanmıştır. Kasnağın mile monte edildiği yerdeki mil çapı 32 mm olup, kasnağa bağlı olan kayışların kasnağa uyguladığı toplam gerdirme kuvvetleri 1800 N

dur. Milin yataklarındaki bölgedeki çapı ise 40 mm dir. Buna göre mil çapını emniyet katsayısı en az 1.5 olmak koşulu ile kontrol ediniz.



Verilenler: $P = 15 \text{ KW}$, $n = 800 \text{ dev/dak}$, ST50 (Fe50) akma sınırı 290 N/mm^2 , $d_1 = 30 \text{ mm}$, $d_2 = 40 \text{ mm}$, $F = 1800 \text{ N}$ ve $SF = 1.5$

İstenenler: 32 mm ve 40 mm lik çapların yeterli olup olmadığı

Çözüm:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -F_A + F_B - 1800 = 0 \Rightarrow -F_A + F_B = 1800$$

$$\sum M_{Az} = 0 \Rightarrow F_B(0.3) - 1800(0.4) = 0 \Rightarrow F_B = 2400 \text{ N ve } F_A = 600 \text{ N}$$

B noktasındaki eğilme momenti (maksimum):

$$M_e = F(0.1) = 1800(0.1) \Rightarrow M_e = 180 \text{ Nm}$$

Mile etki eden Tork (döndürme momenti):

$$M_d = 9550 \frac{P}{n} = 9550 \frac{15}{800} \Rightarrow M_d = T = 179 \text{ Nm}$$

C kesiti için çap kontrolü yapalım:

C kesitine etki eden döndürme momenti: $M_d = T = 179 \text{ Nm}$

C kesitine etki eden eğilme momenti:

$$\frac{180}{100} = \frac{M_{Ce}}{50} \Rightarrow M_{Ce} = 90 \text{ Nm} \quad \text{veya} \quad M_{Ce} = 1800(0.05) \Rightarrow M_{Ce} = 90 \text{ Nm}$$

C noktasına etki eden eşdeğer gerilmeyi maksimum kayma gerilmesi teorisi uygulayarak (denklem 5.17) çözelim.

$$\frac{32\sqrt{M^2 + T^2}}{\pi d^3} \geq \frac{S_y}{SF} \Rightarrow \frac{32\sqrt{M^2 + T^2}}{\pi d^3} \geq \frac{S_y/K_t}{SF}$$

Şaft faturasındaki r/d oranı: $r/d = 4/32 = 0.125$ ve $D/d = 40/32 = 1.25$ dir. Bu değerler kullanılarak şekil 4.6a dan $K_t = 1.5$ okunur. Böylece maksimum gerilme,

$$\frac{32\sqrt{(90)^2 + (179)^2}}{\pi(0.032)^3} = \frac{290/1.5}{SF} \Rightarrow SF = 3.1, \quad d_1 \text{ çapı uygundur.}$$

B keasiti için çap kontrolü yapalım:

B kesitine etki eden döndürme momenti: $M_d = T = 179 \text{ Nm}$

B kesitine etki eden eğilme momenti: $M_{Be} = 180 \text{ Nm}$

B noktasına etki eden eşdeğer gerilmeyi maksimum kayma gerilmesi teorisi uygulayarak (denklem 5.17) çözelim.

$$\frac{32\sqrt{M^2 + T^2}}{\pi d^3} \geq \frac{S_y}{SF} \Rightarrow \frac{32\sqrt{M^2 + T^2}}{\pi d^3} \geq \frac{S_y/K_t}{SF}$$

Şaft faturasındaki r/d oranı: $r/d = 4/32 = 0.125$ ve $D/d = 40/32 = 1.25$ dir. Bu değerler kullanılarak şekil 4.6a dan $K_t = 1.5$ okunur. Böylece maksimum gerilme,

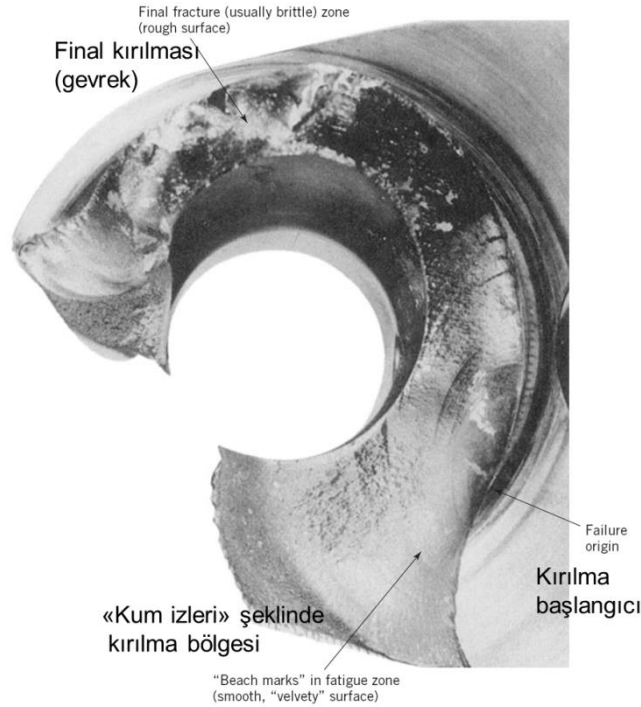
$$\frac{32\sqrt{(180)^2 + (179)^2}}{\pi(0.04)^3} = \frac{290/1.5}{SF} \Rightarrow SF = 4.78, \quad d_2 \text{ çapı uygundur.}$$

8 YORULMA

8.1 GİRİŞ

19 inci yüzyılın ortalarına kadar mühendisler sisteme etki eden değişen yükleri de sabit (statik) yük gibi düşünmekteydiler, fakat kullandıkları emniyet katsayısı statik yüke oranla daha büyüktü. İlk defa 1839 yılında Fransız Poncelet yazdığı kitabında “**yorulma (fracture)**” sözcüğünü kullanmıştır. Günümüz bilim adamları yorulma yerine “**aşamalı kırılma (progressive fracture)**” kullanmayı tercih etmektedirler.

“**yorulma**” yüksek gerilmenin olduğu alanda genelde mikroskobik bir çatlakla (iç yapı hataları da olabilir) başlayan kırılmadır. Bu durum hemen hemen her zaman gerilmenin yoğunlaştığı geometrilerde oluşur. Buna ilaveten, herhangi bir nedenle var olan mikroskobik çatlak veya malzeme kusurları yorulmaya neden olabilir. Şekil 8.1 de yorulma sonucu kırılan bir krank mili görülmektedir. Burada kırılmanın başladığı noktadan “**kum izleri (beach mark)**” nasıl büyüdüğü görülmektedir. Kırılmanın büyümesiyle zayıflayan kesit alan, son bir yükleme ile kırılmıştır. Kırılma uygulanan gerilmenin, kopma gerilmesini geçmesi durumunda oluşur ve kırılmaya neden olan statik gerilme yüküdür. Final kırılması genelde “**gevrek**” kırılma olarak meydana gelir ve bu yüzey parlak bir yüzey olarak görülür.



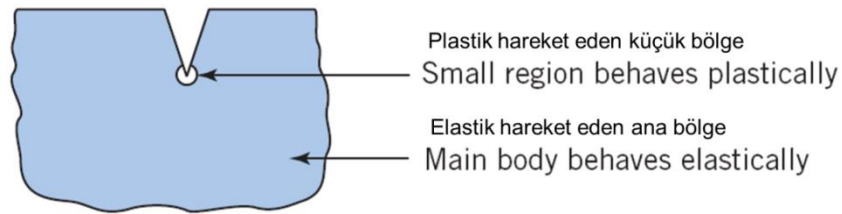
Şekil 8.1 Uçak motoru Krank Milinde Oluşan Yorulma Kırılması

Şekil 8.1 de görüldüğü gibi, kırılmanın başladığı ve geliştiği bölgedeki izler sahildeki kum izlerine benzemektedir. Burada kum izleri gibi olan bölge “**kırılma bölgesi (fatigue zone)**” olarak adlandırılır. Yüzey düzgün görünümde olup, kırık yüzeylerin sıkıştırılması ve ayrılmasıyla kadife gibi bir doku (görünüm) oluşturur. Bu görünüm, final kırılmanın olduğu bölgede biraz daha parlaktır.

8.2 TEMEL KAVRAMLAR

Son yüzyılda yapılan birçok araştırmalar sonucunda, yorulma kırılmasının temel kavramları biraz anlaşılabilmiştir. Aşağıda birkaç temel ve basit yaklaşımla yorulma hareketinin gelişimi verilmiştir.

1. **Tekrarlanan plastik yer değiştirme**, bir kablonun eğilip bükülmesinde olduğu gibi yorulma kırılmasına neden olur. Sürekli bir plastik değişimin olmaması durumunda, yorulma kırılması oluşmaz.
2. Kablo, oluşturulan büyük plastik yer değiştirmeler sonucunda kısa sürede yorulma nedeniyle kırılabilir. Fakat makine elemanlarında yorulma kırılması binlerce hatta milyonlarca tekrardan sonra mikroskobik bir kırık üzerinden oluşur. **Yorulma kırılması, akma gerilmesinin çok altındaki değerlerde bile oluşabilir.**
3. Yöresel plastik şekil değiştirmeler bile, yorulma kırılmasının başlangıcı olabilir. Bu tasarım mühendisleri için muhtemel tehlikeli durumlardan birisidir. Bu nedenle mühendisler keskin köşelere, dişlere, kama kanallarına, yüzey çizilmelerine ve korozyona daha fazla ilgi göstermek zorundadır. Buna benzer bir durum şekil 8.2 de verilmiştir. **Burada tehlikeli bölgeyi şekildeki gibi tasarlamak, tüm parçayı daha kalın bir malzemeden yapmaktan daha etkilidir.**



Şekil 8.2 Çentikli Bölgenin Genişletilmiş Görünümü

4. Yerel olarak oluşan akma yeterince önemsiz ise, malzemede uzama sertleşmesi oluşturabilir ki, buda akmanın durmasını sağlar. Bu durumda parça orta derecedeki fazla yüklemelerde fayda sağlamış olur. Eğer yerel olarak oluşan akma bundan daha fazla olursa, tekrarlanan yükleme yerel sünekliğin kaybolmasına, yük tekrarının devamında ise tehlikeli bölgenin oluşmasına ve o bölgeden parçanın kırılmasına sebep olur.
5. Genelde başlangıçtaki yorulma kırılması, orada oluşan gerilme yoğunluğu sonucunda oluşur. Kırılma büyürken, çatlakın doğrultusundaki malzemede, herhangi bir anda, yöresel zarar verici akmalar oluşur. Çatlak daha derinlere giderken, parçanın kesit alanını daraltıp yerel gerilmelerin artmasına neden olur. Buda çatlakın daha hızlı büyümesini ve nihayetinde yükü taşıyamayarak kırılmasına neden olur. Bu durum kırılma mekaniğinin prensiplerine göre gelişir.

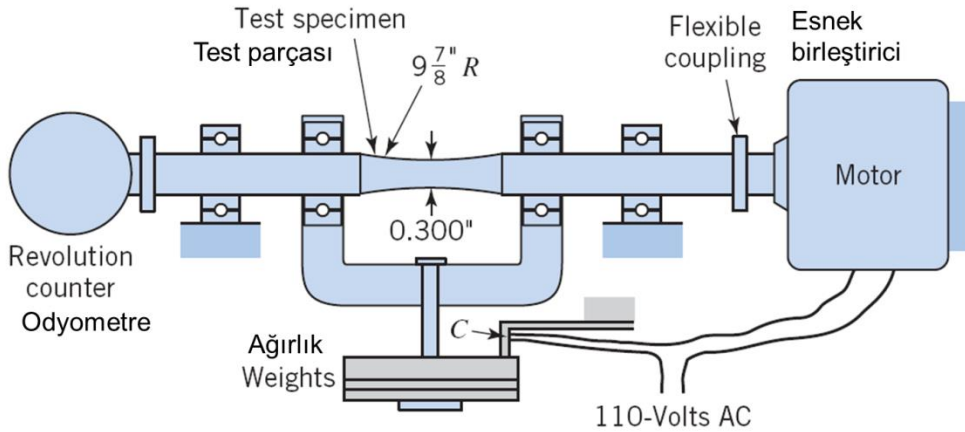
Pratik veriler (değerler), değişik şekillerde değişik malzemeler ve değişik yüklemeler kullanılarak yapılan testler sonucunda elde edilmiştir. Malzemelerin yorulma mukavemeti

karakteristikleri standart M.M Moore yorulma deneyi ile elde edilir. Bu deneyden elde edilen sonuçlar değerlendirilerek malzemenin yorulma değerleri ortaya konur.

Malzemeye, geometrisine ve yüklemesine bağlı olarak parçanın yorulma davranışlarının belirlenmesi tasarım için çok önemlidir. Yorulma davranışının tahmin edilmesi modern mühendislik için önemli bir uğraştır. Kritik parça tasarımlarının ilk tasarımı bu gerekliliği kapsamalıdır. İlk tasarlanan ve imal edilen parça, yorulma testine tabi tutulmalıdır. Deney sonuçları değerlendirilerek, gerekirse tasarım tekrar gözden geçirilmeli ve üretim için final tasarıma karar verilmelidir.

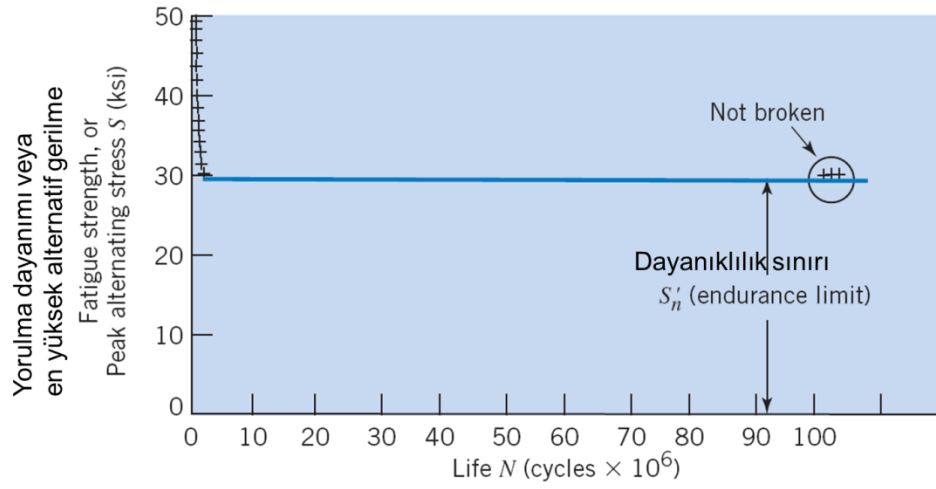
8.3 DÖNME EĞİLMESİ İÇİN STANDART YORULMA MUKAVEMETİ (S'_n)

Şekil 8.3 de M. M. Moore dönen mil yorulma deney makinesi görülmektedir. Şekilde görüldüğü gibi dönen mil (deney parçası), simetrik olarak montaj edilmiş dört tane rulman ile yüklenerek, deney parçasının ortasında *sadece eğilme* oluşturulmuştur. Deney parçası dönerken, her bir devirde parçanın her yerindeki gerilme basma-çekme-basma olarak sürekli değişir. En yüksek gerilmeler ise deney parçasının ortasında (standart çap 0.300 inç = 7.62 mm) oluşur. Büyük çaplı eğriler gerilme yoğunluğunun oluşumuna engel olur. Değişik ağırlıklar kullanılarak istenilen gerilme oluşturulabilir. Deney parçasının devir sayısı genelde 1750 rpm olarak seçilir. Deney parçası kırıldığında sistemden toplam dönme sayısı ve gerilme not edilerek sonuçlar değerlendirilir.

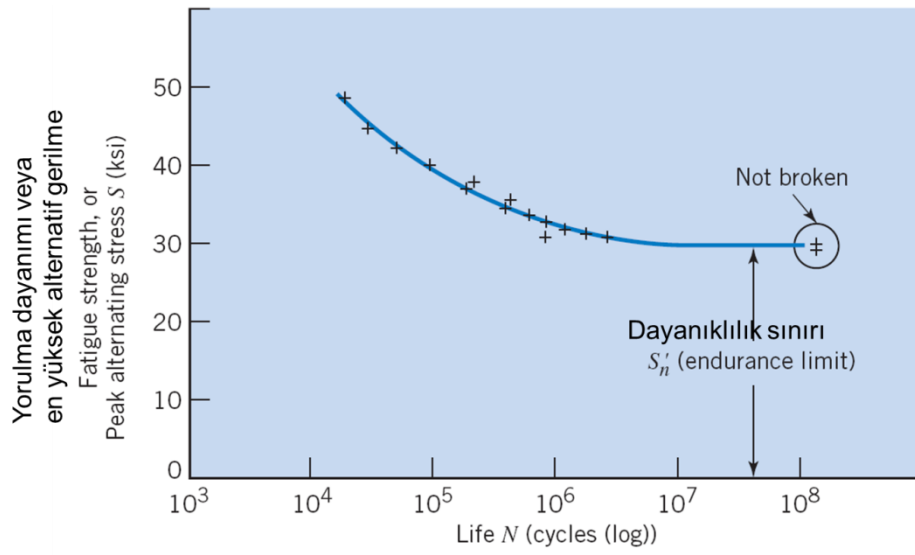


Şekil 8.3 M. M. Moore Döner Mil Yorulma Deney Makinesi

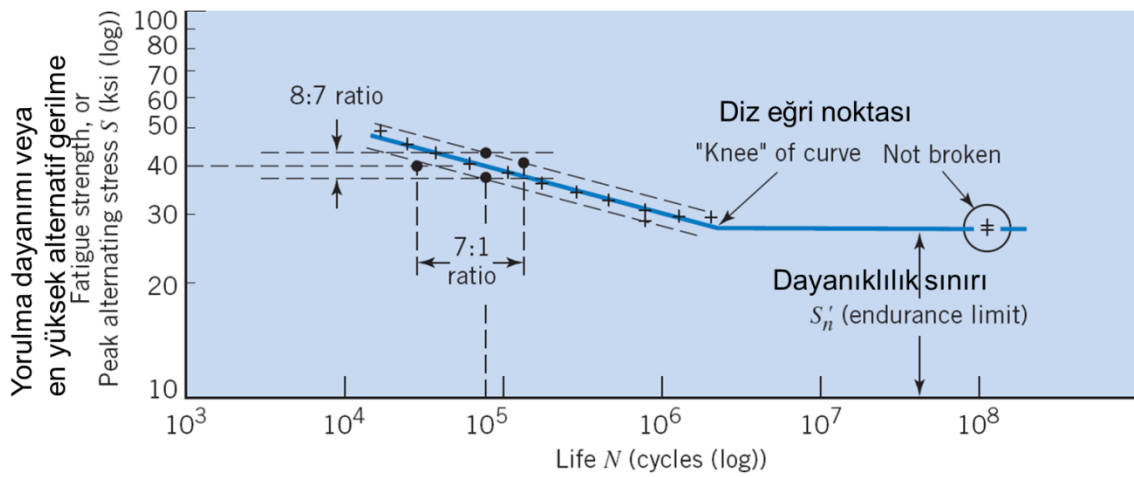
Mümkün olduğu kadar aynı boyutlarda ve malzemeden imal edilmiş deney parçalarına değişik yükler uygulanarak yorulma deneyleri yapılmış ve bu deneylerden elde edilen sonuçlardan *S-N eğrileri* çizilmiştir. Şekil 8.4 de görüldüğü gibi S-N eğrileri logaritmik veya yarı logaritmik olarak çizilir. Tekrar eden gerilmelerin yoğunluğu belli bir yük tekrar sayısından sonra kırılmaya neden olur ve bu tekrar sayısı *yorulma dayanımı (fatigue strength)* olarak adlandırılır. Çeliklerde çok sayıda deney yapılarak yorulma kırılmasının ortadan kaldırılacağı koşullar oluşturulmuştur. Bu sınıra malzemenin *dayanıklılık sınırı (endurance limit)* S_n denir. Bu Şekil 8.4 de S'_n olarak gösterilmiştir.



Düzgün koordinat
(a) Linear coordinates (not used for obvious reasons)



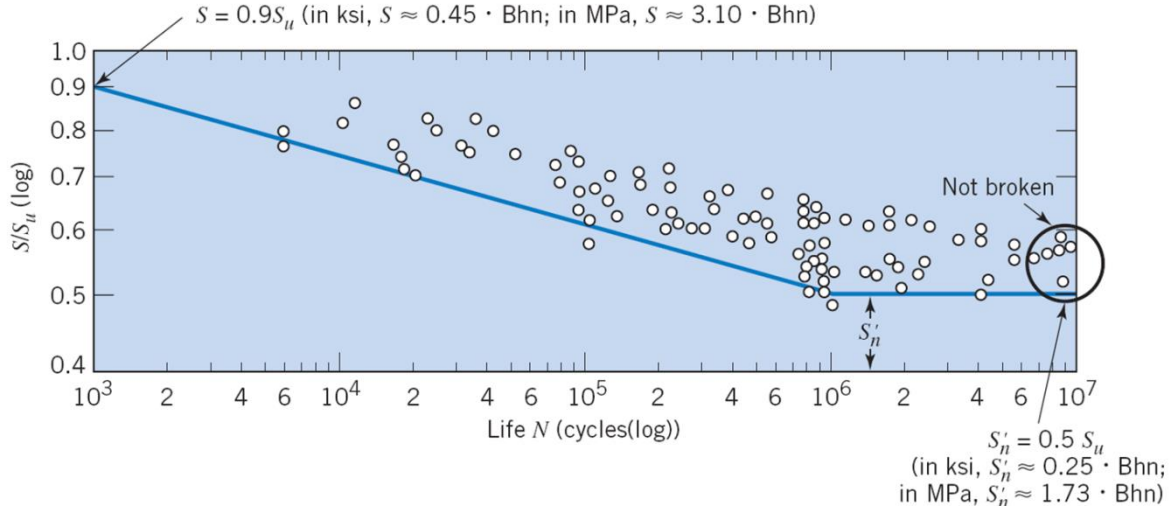
Yarı logaritmik koordinat
(b) Semilog coordinates



Log-Log koordinat
(c) Log-log coordinates

Şekil 8.4 120 Bhn Çeliğin Yorulma Değerlerinden Elde Edilmiş S-N Eğrileri

Şekil 4.4c dayanıklılık sınırı belirlenmiş bir malzeme için, S-N eğrisindeki diz büküm noktasını göstermektedir. Bu diz büküm noktası çelikler için genelde 10^6 veya 10^7 yük tekrarında görülmektedir. Çeliklerin yük tekrar sayısının 10^6 ve büyük olması isteniyorsa, parçaya uygulanan gerilmelerin dayanıklılık sınırını geçmemesi gerekir. Bu kabul burada dövme çelik için yapılmış olup, yorulma değerleri şekil 8.5 de gösterilmiştir.

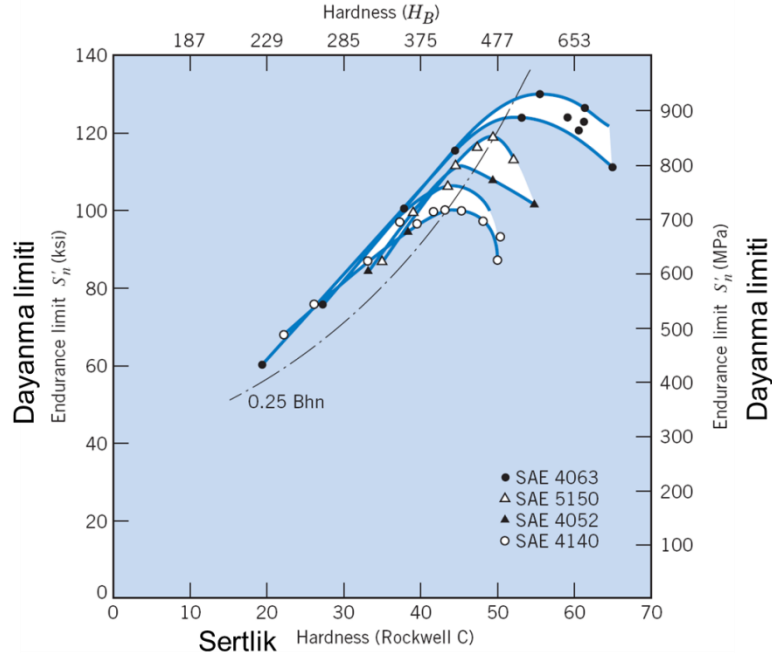


Şekil 8.5 Dövme Çeliklerde Yorulma Deneyleri Sonucunda Elde Edilmiş S-N Eğrisi

Yorulma kırılması yerel mukavemet zayıflıklarından meydana geldiği için, deney sonuçları statik deney sonuçlarına oranla daha çok dağınıktırlar. Bu nedenle istatistiksel değerlendirme daha çok önem arz etmektedir. Dayanıklılık limitinin, nominal değere göre standart sapması, genelde %4 ila %9 arasında değişmektedir. İdeal olarak standart sapma uygulama için yapılan deneylerle belirlenir. Eğer özel bir bilgi yok ise, genel olarak nominal dayanma limitinin %8 i standart sapma olarak alınır.

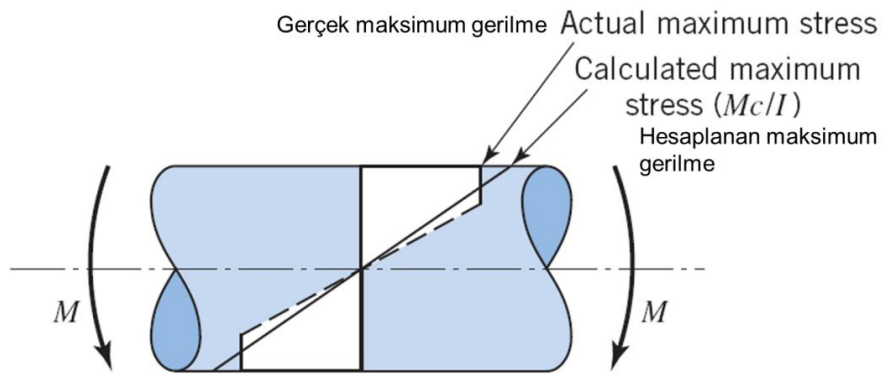
Dikkatlice yapılmış deneylerde elde edilen verilerin dağılımı şekil 8.4 de görülmektedir. Deney sonuçlarının bir bant üzerinde dağılımı enteresan bir noktayı göstermektedir: Verilen bir ömre karşılık gelen **yorulma dayanımındaki değişim** küçük; verilen gerilme değerinde ise, **yorulma ömründeki dağılım** büyüktür. Deneyler çok dikkatli dahi yapılsa, ömür değerleri bire beş ya da on katı olarak değişmektedir.

Son birkaç 10 yılda, şekil 8.3 deki gibi çok sayıda deneyin yapılmasıyla görülmüştür ki, deney sonuçları genel olarak belli bir dağılım takip etmektedir. Bunun en genel şekli şekil 8.5 de görülmektedir. Sadece nihai çekme dayanım (çekme dayanımı, ultimate tensile strength) bilgisi ile, çelik için iyi bir yaklaşımla S-N eğrisi elde edilebilir. Çelik için *psi* olarak gerilme dayanımı Brinell sertliğin 500 katı kadardır. Böylece tutucu bir kabulle dayanma sınırı yaklaşık $250 H_B$ dir. **Son söylenen ilişki sadece Brinell sertliğin 400 civarına kadar olan metaller için geçerlidir.** Dayanma sınırı çeliğin sertliğiyle artabilir de artmayabilir de, fakat çeliğin karışımı ile değişir. Bu durum şekil 8.6 da gösterilmiştir.



Şekil 8.6 Dört Değişik Alaşım Çeliğini Dayanma Limitinin Sertlikle Değişini

Şekil 8.5 de görüldüğü gibi yük tekrar sayısı 10^3 olduğunda yorulma dayanımı çekme dayanımının %90 ı kadar olup, gerçek gerilme o kadar fazla değildir. Bunun sebebi yorulma dayanımı değeri Şekil 8.4 deki deneylere bağlıdır ve elastik formüle göre ($\sigma = Mc/I$) hesaplanmıştır. Uygulanan yük, 1000 yük tekrar sayısında kırılmaya sebep olacak büyüklükte akmaya neden olmakta fakat kırılmaya neden olan gerçek gerilme hesaplanandan daha küçüktür. Bu durum şekil 8.7 de gösterilmiştir.

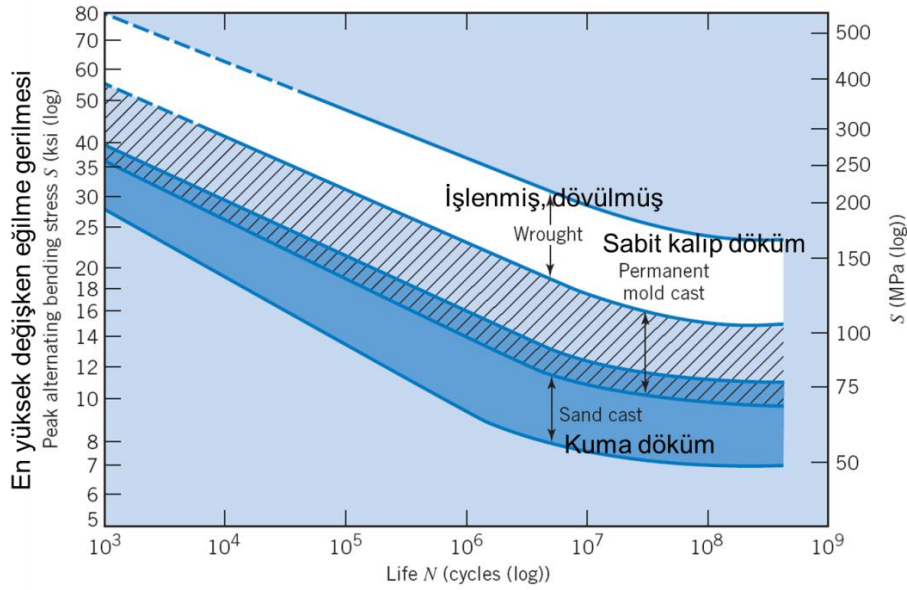


Şekil 8.7 Düşük Yorulma Ömründe, Maksimum Eğilme Gerilmesinin Görünüşü

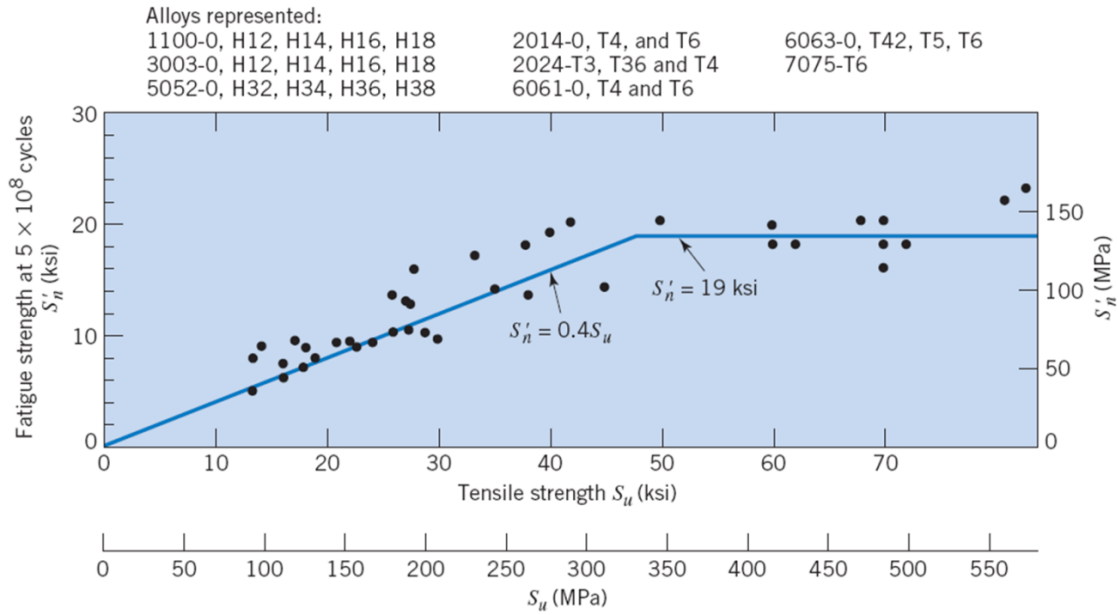
Dökme demirin yorulma dayanımı karakteristiği çeliktekinden benzer olup, sadece dayanma limiti çekme dayanımının 0.4 ü kadardır. (Bu değer çeliklerde 0.5 dir).

Şekil 8.8 değişik alüminyum alaşımlarının S-N eğrilerini göstermektedir. Şekilde görüldüğü üzere, çelikte olduğu gibi keskin bir diz eğri noktası yoktur. Bu tipik demir olmayan bir malzemedir. Dayanma limitinin olmaması nedeniyle, yorulma dayanımı genelde 10^8 veya 5×10^8 olarak kullanılır. Örneğin; otomobil pistonlarında kullanılan alüminyum alaşımlarının

yorulma dayanımı olan 5×10^8 değerine ulaşmadan motor genelde 600000 km kullanılmış olur. Tipik dövülmüş alüminyum alaşımları için 5×10^8 yük tekrar sayısı (yorulma dayanımı) şekil 8.9 da verilen statik gerilme dayanımıyla ilgilidir.

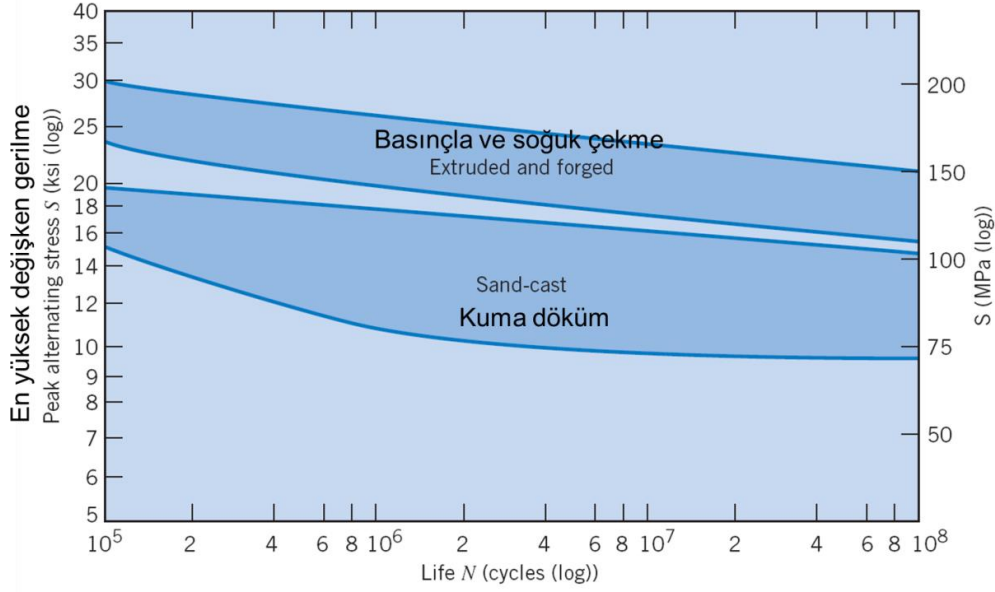


Şekil 8.8 $S_u < 38$ ksi Haricindeki İşlenmiş Alüminyum Alaşımları İçin S-N Bantı,



Şekil 8.9 Dövülmüş Alüminyum Alaşımlarının 5×10^8 Yük Tekrarlı Yorulma Dayanımı

Magnezyum alaşımları için ise tipik S-N eğrisi şekil 8.10 da gösterilmiştir. 10^8 yük tekrar sayısı (yorulma dayanımı) yaklaşık olarak birçok dövülmüş ve dökülmüş alaşımların gerilme dayanımının 0.35 i kadardır. Bu değer birçok bakır alaşımı (bronz, bakır nikel, pirinç) için 0.25 ila 0.5 arasındadır. Nikel alaşımlar içinse bu değer 0.35 ila 0.5 arasında değişir.



Şekil 8.10 Magnezyum Alaşım İçin Genel S-N Eğrisi

Titanyum ise çelik gibi davranan bir malzeme olup, yük tekrar sayısı 10^6 ila 10^7 arasındadır. Dayanma limiti ise 0.45 ila 0.65 arasında değişmektedir.

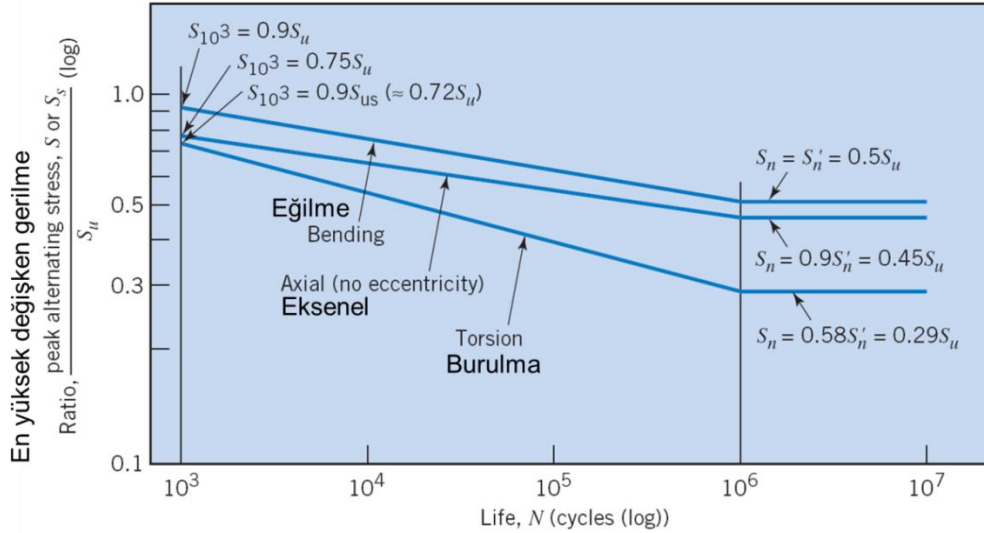
8.4 TEKRAR EDEN EĞİLME VE EKSENEL YÜKLER İÇİN YORULMA DAYANIMI

Deney parçası M. M. Moore deney parçasına benzer şekilde hazırlandıktan sonra bir ucu sabitlenerek diğer ucuna aynı doğrultuda yönü değişen kuvvet uygulanması ile deney parçası aşağı ve yukarı hareket eder. Böylece **tekrar eden eğilme kuvveti** oluşturulmuş olur. Bu durum dönme ile oluşturulan eğilme momentinden farklı olup, maksimum gerilme sadece yukarıda ve aşağıdaki yüzeylerde oluşur. Oysa dönen parçada maksimum gerilme tüm yüzeyde oluşur. Dönme ile meydana gelen eğilme durumunda deney parçasının kırılması yüzeyin en zayıf olduğu yerden gerçekleşirken, tekrar eden eğilme durumunda ise, zayıf noktanın parçanın alt ve üst yüzeyinde olmadığı yapılan hemen hemen tüm deneylerde kanıtlanmıştır. Bunun anlamı tekrar eden eğilme durumunda oluşan yorulma dayanımı dönme durumunda oluşan yorulma dayanımından daha yüksektir. Fakat fark genelde çok fazla olmayıp ihmal edilir.

Aynı durum tekrar eden eksenel kuvvet içinde geçerli olup, maksimum gerilmeyi oluşturmak için tüm kesit alana etki ettirilir. Tekrar eden eksenel kuvvet, dönme ile oluşan eğilme den daha az yorulma dayanımına sahiptir. Gerçekten, bu durum hesaba katılmalıdır. Çünkü çekme ve basma durumunda oluşan yorulma dayanımı dönmede oluşan eğilme durumundan %10 daha azdır. Eğer uygulamada, eksenel kuvvet tam merkeze uygulanmaz ise, biraz eksantriklik oluşur bu da eğilme momenti oluşumuna sebep olur. Bu durumu kontrol etmek çok zor olduğundan, bu etkiyi ortadan kaldırmak için (hesaba katmak için) dönmede oluşan eğilme için dayanma limiti %20 ila %30 kadar az alınır.

Dönmedeki eğilme durumu için dayanma limiti %10 veya daha fazla azaltıldığından bunu dayanma limitini (S'_n) **gradyan faktörü veya gradyan sabiti** (C_G) ile çarpmak gerekmektedir. Bu değer sırf eksenel yük için $C_G = 0.9$ olup, genelde $C_G = 0.7$ ila 0.9 arasında değişmektedir.

Bahsedilen noktalar şekil 8.11 de gösterilmektedir. Şekil 8.11 deki üstten ilk iki eğri eğilme ve eksenel yükleme için karşılaştırılmalı S-N eğrilerini göstermektedir. Şekil 8.11 de en alttaki eğri ise, burulma yüklemesinin karşılaştırılmalı S-N eğrisini göstermektedir.



Şekil 8.11 Yüzeyi Temiz 0.3 inç Çapındaki Çelik Deney Parçasının S-N Eğrileri

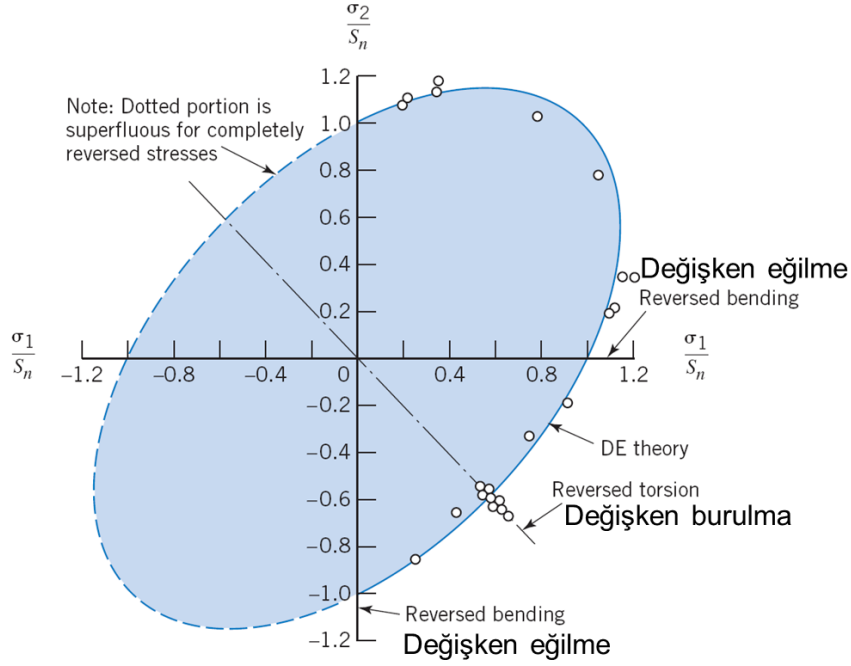
8.5 TEKRAR EDEN BURULMA YÜKLEMESİ İÇİN YORULMA DAYANIMI

Yorulma kırılması yüksek değerlerde yerel (bölgesel) akmayla direkt ilişkili olup, sünek (ductile) malzemelerdeki akma şekil değiştirme teorisi (distortion energy teorisi) ile çok iyi örtüşmektedir. Onun için bu teorelin iki eksenli tekrar eden yüklemenin ve burulmanın değişik kombinasyonları altındaki sünek malzemenin dayanma limitini belirlemede kullanılması hiçte sürpriz değildir. Bu durum Şekil 8.12 de gösterilmiştir. **Böylece, sünek malzeme için, tekrar eden burulmadaki dayanma limiti tekrar eden eğilmedekinin %58 i kadardır.** Bu değer dayanma limitinin (S'_n) 0.58 ile çarpılarak hesaplara katılır. Bu değere **yük faktörü** C_L ($C_L = 0.58$) denir.

Burulma gerilmesi dağılımı, eğilme gerilmesi dağılımına benzer olduğundan, eğilmede olduğu gibi, 10^3 yük tekrar sayısındaki yorulma dayanımı dayanma limitinin 0.9 katıdır. Böylece, 10^3 yük tekrar sayısındaki tekrar eden burulma mukavemeti kesme gerilme dayanımının 0.9 katıdır. Burulmada kesme dayanma limit değerleri deneysel olarak elde edilemiyor ise aşağıdaki değerler kullanılabilir.

$$S_{us} = 0.8 S_u \text{ Çelik için} \quad \text{ve} \quad S_{us} = 0.7 S_u \text{ Diğer malzemeler için}$$

Şekil 8.11 de alttaki eğri önceki ilişkilerde verilen burulmanın tahmini S-N eğrisini göstermektedir.



Şekil 8.12 Tekrar eden Burulmada Sünek Malzeme İçin Gerilme Eğrileri

Burulmada genel bir S-N eğrisini tahmin etmek için yeteri kadar deney sonucu yoktur. Bu durum, bu konuda birçok malzeme için deneyler yapılarak yeteri kadar deney sonucu elde etmeyi zorunlu kılmaktadır. Yeteri kadar veri olmadığında, gevrek malzemeler için S-N eğrisi elde edilirken şu kabuller yapılır. 1) 10^6 yük tekrarındaki kabul edilen dayanma limiti, tekrar eden eğilme dayanma limitinin 0.8 katıdır. 2) 10^3 yük tekrarında kabul edilen mukavemet $0.9S_{un}$ olup, sünek malzemedekinin aynıdır.

8.6 İKİ EKSENLİ TEKRAR EDEN YÜKLEMEDE YORULMA DAYANIMI

İki eksenli değişik yük kombinasyonlarına maruz kalan sünek malzemenin dayanma limiti, şekil değiştirme teorisi kullanılarak (distortion energy) hesap edilenle iyi bir uyum içinde olduğunu Şekil 8.12 göstermektedir. Direk kullanılacak deneysel verilerin olmaması nedeniyle, sünek ve gevrek malzemelerin kısa yorulma dayanımı ömürleri için herhangi bir şey söylenememektedir. Bunun için aşağıda verilen iki yolun kullanılması tavsiye edilmektedir.

1. Sünek malzeme için, şekil değiştirme teorisini kullanarak gerçek yükün oluşturduğu gerilme, tekrar eden eğilme gerilmesine eşdeğer (equivalent) gerilmeye dönüştürülür. Sonra, bu gerilmeye karşılık olan değer, malzemenin tekrar eden eğilme için elde edilmiş S-N eğrisinden elde edilir.

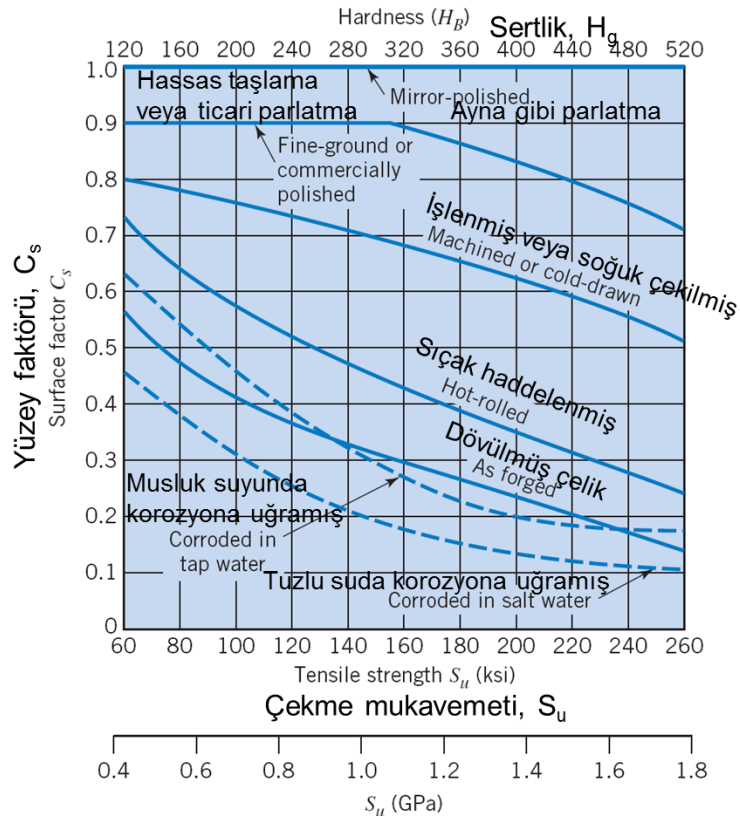
2. Gevrek malzeme için, Mohr teorisi kullanılarak tekrar eden eğilme gerilmesine karşılık gelen eşdeğer gerilme elde edilir. Buna karşılık gelen değerler ise yine S-N eğrisinden elde edilir.

8.7 YÜZEY VE BOYUTUN YORULMA DAYANIMI ÜZERİNDEKİ ETKİSİ

Bu noktaya kadar yüzeylerin çok parlak işlendiğini (ayna gibi) bu nedenle de yorulma dayanımı üzerinde bir etkisinin olmadığını kabul ettik. Bu durum çok pahalı laboratuvar testleri gerektirir. Yorulma dayanımına etki eden durumlar şu şekilde sıralanabilir.

1. Yüzey çizilmeleri ya da geometrik düzensizlikler nedeniyle gerilme yoğunlaşmasının oluşması.
2. Malzeme yüzey tabakalarında veya içerisinde olabilecek herhangi metalürjik değişiklikler.
3. Yüzey kalitesi oluştururken kullanılan herhangi bir işlem sonucunda oluşacak iç gerilmeler.

Ticari amaçla üretilen parçaların yüzeylerinde gerilme yoğunlaşmasına sebep olabilecek noktaların olması nedeniyle düşük yorulma dayanımına sahiptir. Ticari parçalardaki yüzey hasarları sadece uygulanan yüzey işleme prosesine bağlı olmayıp, malzemenin hassasiyetine



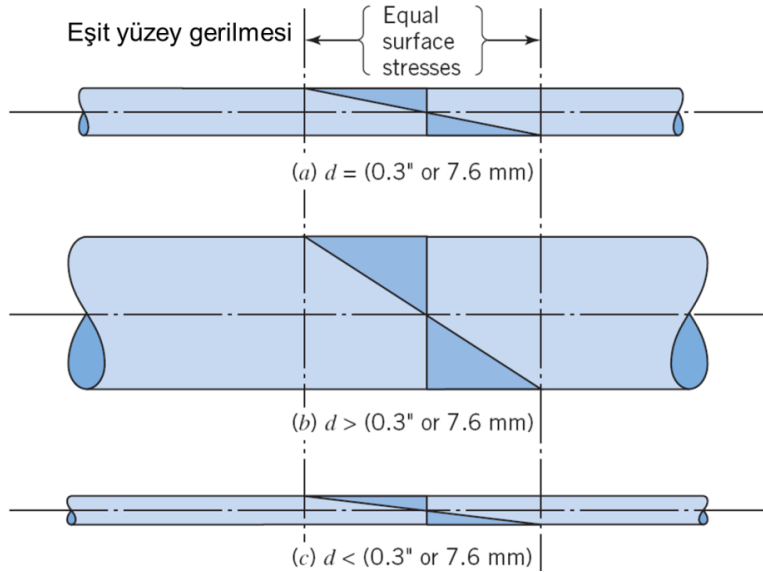
Şekil 8.13 Çelik Malzemelerde Yüzey İşlemesiyle Dayanma Limitinin Değişimi

de bağlıdır. Şekil 8.13 de değişik sertliklere sahip olan çeliklerin **yüzey faktörlerinin** (C_s) değişimi görülmektedir. Tüm koşullarda laboratuvar deneyleri için yüzeyi parlatılan

malzemenin dayanma limiti C_S değeriyle çarpılarak ticari yüzey işlemlerine sahip malzemenin dayanma limiti bulunur. 10^3 yük tekrar sayısındaki mukavemet için herhangi bir yüzey işlemleri düzeltmesine gerek yoktur. Bunun sebebi mukavemet statik yüktekinе çok yakındır ve statik yük altındaki sünеk malzemenin mukavemeti yüzey işlemleriyle pek değışmez.

Yeşil dökme demir için yüzey faktörü yaklaşık 1 dir. Bunun sebebi, yüzeyi parlatılmış malzeme bile grafitlerin kırılması sonucunda yüzey sünеksizlikleri oluşur. Böylece yüzeylerde çok az çizilmelerin oluşması durumu kötüleştirmez. Ne yazık ki diğer malzemelerin parlatılmış yüzeyleri için yeteri kadar bilgi yoktur. Kritik parçalarda, gerçek parçanın yorulma testleri yüzey işlemleri de dahil edilerek yapılmalıdır.

Bölüm 8.4 de tekrar eden eksenel kuvvetin dayanma limitinin eğilme dayanma limitinden %10 daha az olduğundan bahsedilmişti. Şekil 14 de görüldüğü gibi eğilme ve burulma durumunda standart test parçasından küçük (şekil 8.14a) ve büyük (şekil 8.14b) test parçaları üzerinde oluşan gerilme değışimi standart test parçasında (şekil 8.14c) oluşandan farklıdır. Deneyler göstermiştir parçanın çapın 0.4 inç (10.16 mm) ten büyük olması gerilme değışimindeki avantajı ortadan kaldırmaktadır. ***Böylece, tekrar eden eğilmeye ve burulmaya tabi tutulan 0.4 inç (10.16 mm) den büyük çaplara sahip deney parçaları mutlaka 0.9 değışim faktörü (C_G) (gradient factor) ile çarpılmak zorundadır. Bu durum tekrar eden eksenel kuvvet için de geçerlidir. Küçük parçalar için değışim faktörü bir alınabilir.***



Şekil 8.14 Eğilme Ve Burulma Durumunda Gerilmenin Çapa Bağlı Değişimi

Buradaki soru, eğilmeye maruz kalan 6 mm x 12 mm diktörtgen bir parçada değışim faktörü ne olmalıdır. Eğer çekme ve basma 6 mm lik kalınlığa karşı ise $C_G = 1.0$ ve 12 mm lik kalınlığa karşı ise $C_G = 0.9$ alınır. Dairesel olmayan parçalardaki değışim faktörü, genelde gerçek parçada oluşan gerilme değışiminin eşdeğer dairesel parça üzerinde oluşmasıyla elde edilen değerdir.

Hatırlanacağı üzere bölüm 8.4 de değişim faktörü tüm eksenel yüklemeler için 0.9 olarak kabul edilmişti. Çünkü boyutu ne olursa olsun, gerilme değişimi istenmez.

Kesit alanı çapı eşdeğer daireye göre 50 mm den büyük olan parçaların dayanma limiti genelde yukarıda bahsedilen değişim faktörüyle hesaplanandan daha düşüktür. Bu durum parçanın sertleştirilmesinden, malzemenin kompozisyonunun düz gün dağılımından etkilenmektedir. Bu şöylele ifade edilebilir: büyük çaplı veya eşdeğer çaplı parçaların dayanma limitleri hızla azalır. Eğer gerekli deneysel veri yok ise Tablo 8.1 deki değerler **çok kaba değerler olarak** hesaplamalarda kullanılabilir.

Tablo 8.1 Sünnek Malzemeler İçin Genel Yorulma Dayanımı Faktörü (S-N Eğrisi)

a. 10⁶-cycle strength (endurance limit)^a 10⁶ yük tekrarındaki dayanım

Eğilme yükü Bending loads: $S_n = S'_n C_L C_G C_S C_T C_R$

Eksenel yük Axial loads: $S_n = S'_n C_L C_G C_S C_T C_R$

Burulma yükü Torsional loads: $S_n = S'_n C_L C_G C_S C_T C_R$

where S'_n is the R.R. Moore, endurance limit,^b and S'_n Moore tanımına göre dayanma limiti

		Eğilme Bending	Eksenel Axial	Burulma Torsion
C_L	(load factor) (yük faktörü)	1.0	1.0	0.58
C_G	(gradient factor): (artış faktörü) çap diameter < (0.4 in. or 10 mm)	1.0	0.7 to 0.9	1.0
	(0.4 in. or 10 mm) < diameter < (2 in. or 50 mm) ^c	0.9	0.7 to 0.9	0.9
C_S	(surface factor) (yüzey faktörü)	Şekil 8.13 e bak see Figure 8.13		
C_T	(temperature factor) (sıcaklık faktörü)	Bu değerler sadece çelik için Values are only for steel		
	$T \leq 840$ °F	1.0	1.0	1.0
	840 °F < $T \leq 1020$ °F	$1 - (0.0032T - 2.688)$		
C_R	(reliability factor): ^d (güvenilirlik faktörü)			
	50% reliability	1.000	"	"
	90% "	0.897	"	"
	95% "	0.868	"	"
	99% "	0.814	"	"
	99.9% "	0.753	"	"

b. 10³-cycle strength^{e, f, g} 10³ yük tekrarındaki dayanım

Eğilme yükü Bending loads: $S_f = 0.9S_u C_T$

Eksenel yük Axial loads: $S_f = 0.75S_u C_T$

Burulma yükü Torsional loads: $S_f = 0.9S_{us} C_T$

where S_u is the ultimate tensile strength and S_{us} is the ultimate shear strength.

^aDayanma limiti olmayan malzeme için 10^8 veya 5×10^8 yük tekrar sayısı için uygula

^bDaha iyi veri yok ise, $S'_n = 0.5S_u$ çelik için alınır

^c 50 mm < çap < 100 mm bu faktörü 0.1 azalt. 100 mm < çap < 150 mm bu faktörü 0.2 azalt.

^d C_R faktörü dayanma limiti standart değişiminin %8 ne karşılık gelir. Örneğin dayanıklılık %99 olursa, standart değişim 2.326 olur. $CR = 1 - 2.326(0.08) = 0.814$.

^e Değişim ve yüzey için doğrulama yapılmadı. Fakat S_u ve S_{us} deneysel değerleri boyutlarla uygun bir şekilde ilgilidir.

^f 10^3 yük tekrarı sayısı için güvenilirlik doğrulaması yapılmadı

^g Çelik için $S_{us} \approx 0.8S_u$ ve diğer sünek malzemeler için $S_{us} \approx 0.7S_u$

İleriye dönük çalışmalarda deney parçasının boyutlarının gerilme gradyanı üzerindeki etkilerinin araştırılmasına yönelik olmalıdır. Bu konunun daha geniş olarak ele alınması için daha ileri bir inceleme boyutuna geçilmelidir.

8.8 TAMAMEN TEKRAR EDEN YÜKLER İÇİN TAHMİNİ YORULMA DAYANIMININ ÖZETİ

Uygulamaya mümkün olduğu kadar yakın olarak elde edilen gerçek test verileri gelecek bölümlerde arzu edilen düzeyde anlatılacaktır. Eğer gerekli deneysel veri yok ise, ampirik formül ile genellenmiş faktörler kullanılacaktır. Bu faktör çelikler için rahatça kullanılabilecektir. Çünkü hemen hemen tüm deneysel veriler çelikler üzerine yapılmıştır.

Dayanma limitinin deneye dayalı (ampirik) formülü beş adet faktör içermektedir.

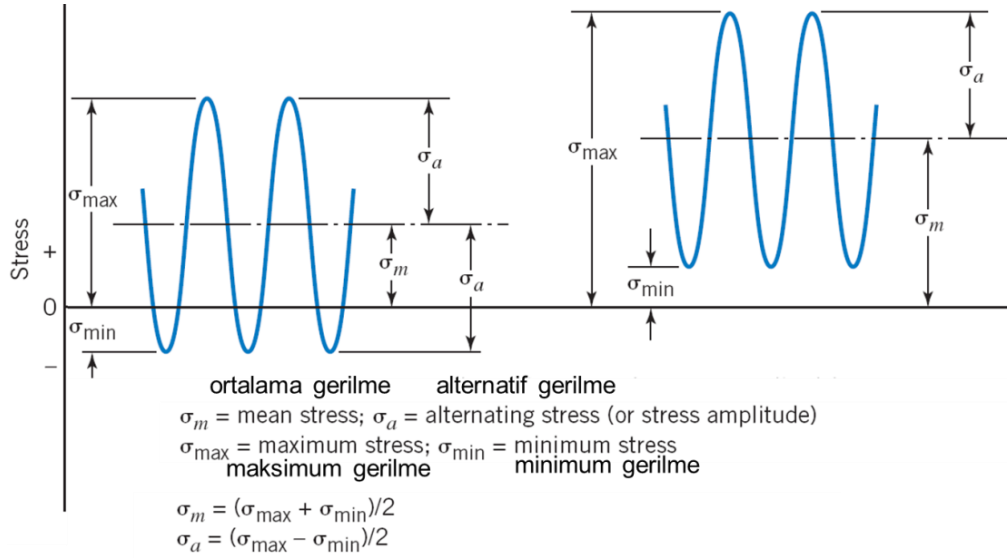
$$S_n = S'_n C_L C_G C_S C_T C_R \quad (8.1)$$

Sıcaklık faktörü, C_T , malzemenin mukavemeti artan sıcaklık ile azalmaktadır ve güvenilirlik faktörü, C_R , dayanıklılık limitinin %50 nin üzerinde güvenilirlikle olması için, düşük dayanıklılık limitinin düşük değerleri kullanılır.

Tablo 8.1 sünek malzemenin tahmini yorulma dayanımını tüm faktörler için vermektedir. Bu değerler problemlerin çözümünü sağlamak için verilmiştir.

8.9 YORULMA DAYANIMINDA ORTALAMA GERİLMENİN ETKİSİ

Makine elemanları ve yapı elemanları tipik **dalgalandan (fluctuating)** gerilmeler yerine nadiren de olsa tamamen tekrar eden gerilmelere maruz kalırlar. Dalgalandan gerilmeler statik ve tekrar eden gerilmelerin bir kombinasyonudur. Dalgalandan gerilme genelde ortalama ve alternatif olmak üzere iki kısımda değerlendirilir. Bununla birlikte **maksimum ve minimum gerilmeler** de kullanılır. Bu dört tanımlama şekil 8.15 de gösterilmekte olup, görüldüğü gibi dört gerilmeden iki tanesinin bilinmesiyle, geriye kalanlar hesaplanabilir. Burada, şekil 8.16 da görüldüğü gibi ortalama ve alternatif gerilmeler kullanılmaktadır. Bu aynı bilgi, şekil 8.15 de görüldüğü gibi, herhangi iki gerilmenin kombinasyonu olarak gösterilebilir (çizilebilir). Örneğin: literatürde genelde, $\sigma_m - \sigma_{max}$ koordinatları kullanılmaktadır.



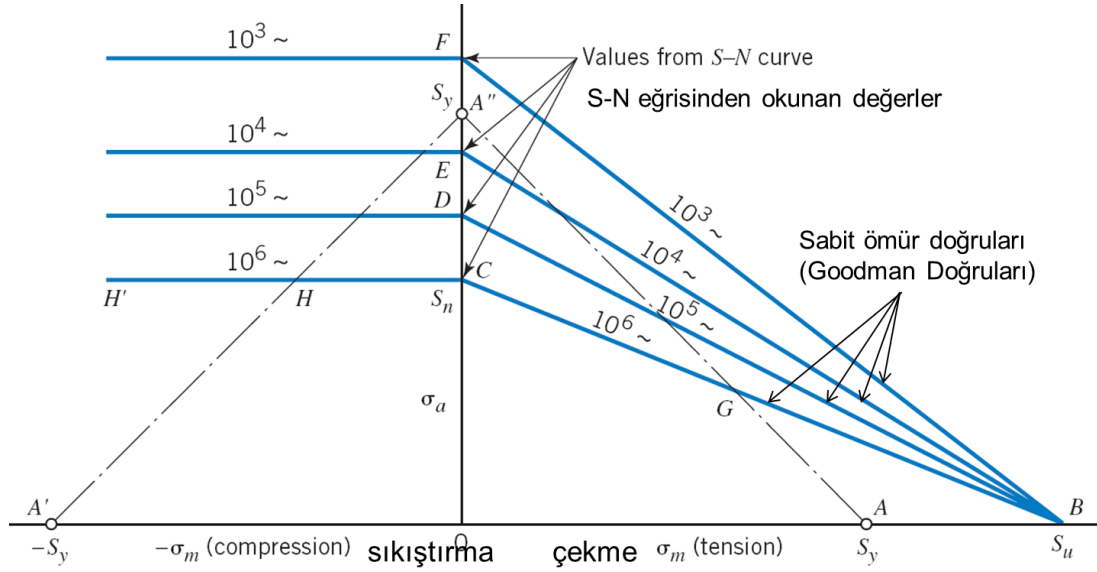
Şekil 8.15 İki Örnek İle Dalgalanan Gerilmenin Gösterilmesi

Şekil 8.16 ortalama ve alternatif gerilmelerin değişik kombinasyonlarının kullanılabilir grafik kombinasyonu uzama ve değişik yorulma ömürleri için ilişki kriterlerini vermektedir. Buna genel olarak **sabit ömür için yorulma diyagramı (constant-life fatigue diagram)** denir. Bunun sebebi eğrilerin 10^6 , 10^5 gibi sabit yük tekrarı için elde edilmiş olmasıdır.

Bu grafiği oluşturmak için, ilk bilinen bilgiler grafiğe konur. Dikey eksen ($\sigma_a = 0$) statik yüke karşılık gelir. Akma ve dayanma mukavemeti A ve B noktalarına işaretlenir. Sünek malzeme için, sıkıştırma akma mukavemeti $-S_y$, A' noktasına işaretlenir. Eğer ortalama gerilme sıfıra ve alternatif gerilme S_y (A'' noktası) a eşit ise, gerilme $+S_y$ ile $-S_y$ arasında dalgalanır. AA'' noktaları arasındaki tüm noktalar, S_y in en yüksek çekme değerlerine sahip olduğu dalgalanmalara maruz kalır. A'A'' noktaları arasındaki tüm noktalar, $-S_y$ in en yüksek basma değerine sahiptir. σ_m ve σ_a nın tüm kombinasyonları AA'A'' üçgeni içinde hiçbir (mikroskobik) akmaya neden olmaz.

Bu bölümde bahsedilen tüm S-N eğrilerinde $\sigma_m = 0$ dır. Böylece ilgi duyulan tüm yorulma ömürleri için bu eğrilerin C, D, E ve F gibi noktaları S-N eğrilerinden okunur. Bu noktaların B ile birleştirilmesiyle elde edilen doğrular sabit ömür doğrularıdır. Bu doğrular Goodman tarafından elde edildiğinden bunlara **Goodman doğruları** denir.

Laboratuvar deneyleri göstermiştir ki, sıkıştırmanın ortalama gerilmesi herhangi bir nedenle müsaade edilen alternatif gerilmenin artırılmasıyla azalmamıştır. Şekil 8.16 aynı zamanda C, D ve diğer noktalara dik olan sabit ömür çizgilerini göstermektedir.



Şekil 8.16 Sünek Malzemenin Sabit Ömürdeki Dayanma Diyagramı

Eğilme Yükleme: Tekrar eden eğilme için S-N eğrisinden C, D noktalarını ve diğerlerini alarak diyagramı çiz.

Eksenel yükleme: Tekrar eden eksenel yük için S-N eğrisinden C noktasını ve diğerlerini alarak diyagramı çiz.

Burulma yükleme: Diyagramın sol tarafı ihmal edilirse, Tekrar eden burulma için S-N eğrisinden C noktasını ve diğerlerini al. S_y ve S_u yerine S_{sy} ve S_{us} değerlerini kullan. ($S_{us} = 0.8S_u$, $S_{sy} = 0.58S_y$).

Genel iki eksenli yükleme: Diyagramı eğilme yükü için çiz ve onu eşdeğer yük gerilmesi ile kullan ve aşağıdaki gibi hesapla. (Bu denklemler sadece, σ_a ve σ_m nin sadece bir doğrultuda olduğu durum için kullanılır).

1. Eşdeğer alternatif eğilme gerilmesi, σ_{ea} , var olan alternatif gerilmelerin kombinasyonuna eşdeğer olduğu gibi, şekil değiştirme teorisinden de hesaplanır.

$$\sigma_{ea} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$$

2. Eşdeğer ortalama eğilme gerilmesi, σ_{em} , tüm statik (ortalama) eğilme gerilmelerinin süper pozisyonundan maksimum prensip gerilmesi gibi elde edilir. Mohr dairesini kullan veya

$$\sigma_{em} = \frac{\sigma_m}{2} + \sqrt{\tau_m^2 + \left(\frac{\sigma_m}{2}\right)^2}$$

Karmaşık yüklemeler için literatürden bazı formüller bulunabilir.

Değişik tipte yüklemelerin ayrıntılı değişiklikleri şekil 8.16 da gösterilmiştir. Diyagramdaki değişik alanların önemine bakalım.

1. Eğer 10^6 yük tekrarı ömrü gerekiyor ve hiç akma istenmiyorsa, $A'HCGA$ bölgesi içinde kalınmak zorundadır.

2. Eğer uzama istenmiyor ve 10^6 yük tekrarından daha düşük ömür isteniyorsa, $HCGA''H$ bölgesi içinde çalışmak gerekmektedir.
3. Eğer 10^6 yük tekrarı ömrü gerekiyor ve akma olabilir ise, $A'HCGB$ alanına ilaveten AGB alanı belki kullanılabilir.
4. $A''GB$ üzerindeki alan (ve $A''HH'$ üzeri) yükün ilk uygulandığında oluşturduğu akmaya karşılıktır ve yorulma kırılması yüklemenin 10^6 yük tekrara sayısından önce oluşur.

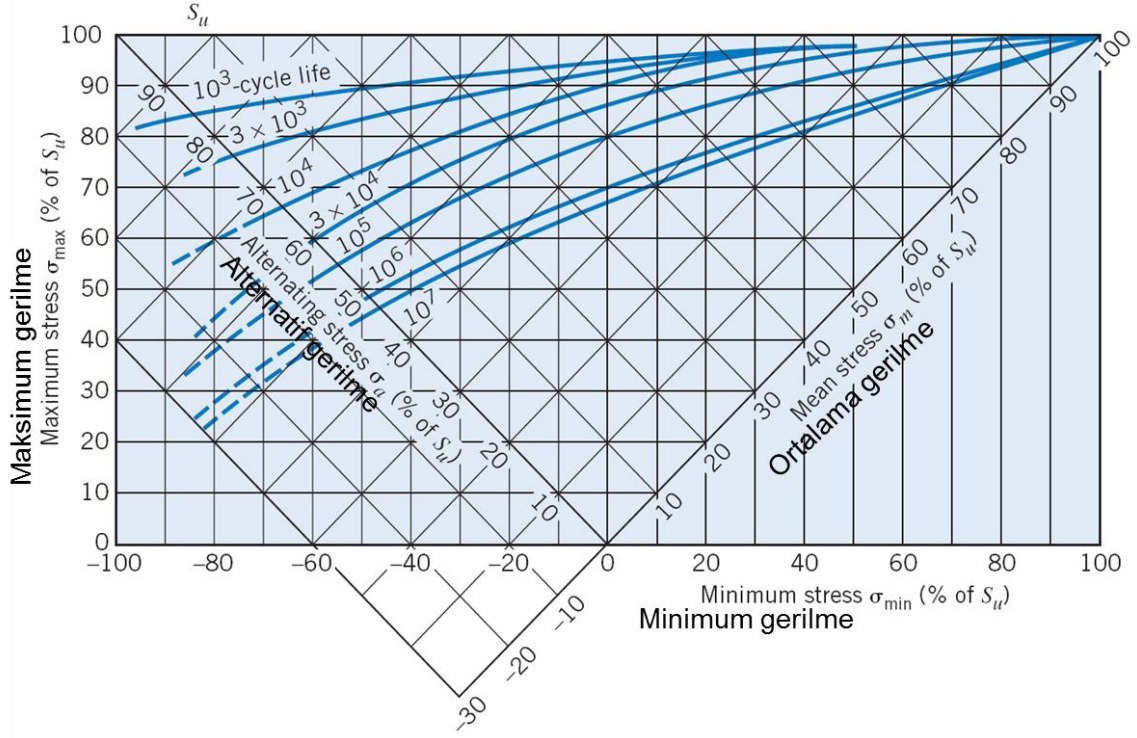
Şekil 8.16 de verilen genel iki eksenli yükleme prosedürü çok karmaşık bir durumun, aşırı basitleştirilmiş şekli olduğu bilinmelidir. Bu durum uzun ömür için en iyi uygulamadır. Burada tüm yükler aynı düzlemde, ortalama ve alternatif gerilmelerin prensip eksenleri aynı, ve bu eksenler zamanla sabitleştirilmiştir.

Kolaylık sağlaması amacıyla bazı grafiklerde şekil 8.17, şekil 8.18 ve şekil 8.19 da görüldüğü gibi, dört gerilme değeri de kullanılmaktadır. Bu şekiller bazı çelik ve alüminyum metaller için sabit ömür yorulma dayanımını (mukavemetini) göstermektedir. Bu eğrilerin şekil 8.16 dan farklılıkları aşağıda sıralanmıştır.

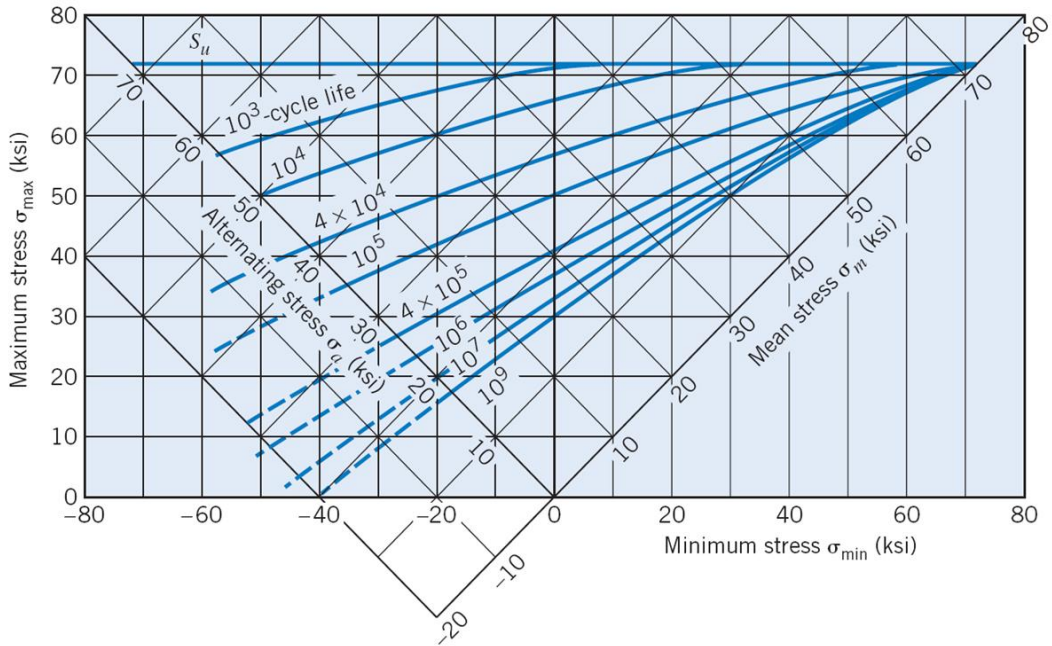
1. Şekil 8.17, 8.18 ve 8.19 bazı çelik ve alüminyum alaşımları için deneysel olarak elde edilmiştir. Oysa Şekil 8.16 genelde uygulanan tutucu ampirik ilişkiyi vermektedir.
2. Şekil 8.17, 8.18 ve 8.19 45° döndürülüp yeni eksen ilave edilerek σ_{max} ve σ_{min} ve hem de σ_m ve σ_a gerilmeleri gösterilmiştir.
3. Bu eğrilerde akma değerleri yoktur.
4. Deneysel sabit ömür eğrileri biraz eğrilik gösterir. Her iki Goodman doğrularında ve sıkıştırma ortalama gerilmenin dikey doğrularında tutucu kısımda kalacak şekilde hatalar gösterir. Bu tutuculuk sünek malzeme için geçerli olup, gevrek malzeme için geçerli değildir. Gevrek malzeme için deneysek noktalar genelde Goodman doğrusunun altındadır.

Şekil 8.17 ile 8.19 da ki gibi verilen deneysel veriler mevcut ise, bu değerler şekil 8.16 da verilen tahmini sabit ömür yorulma değerlerinden daha büyük değerlerdir.

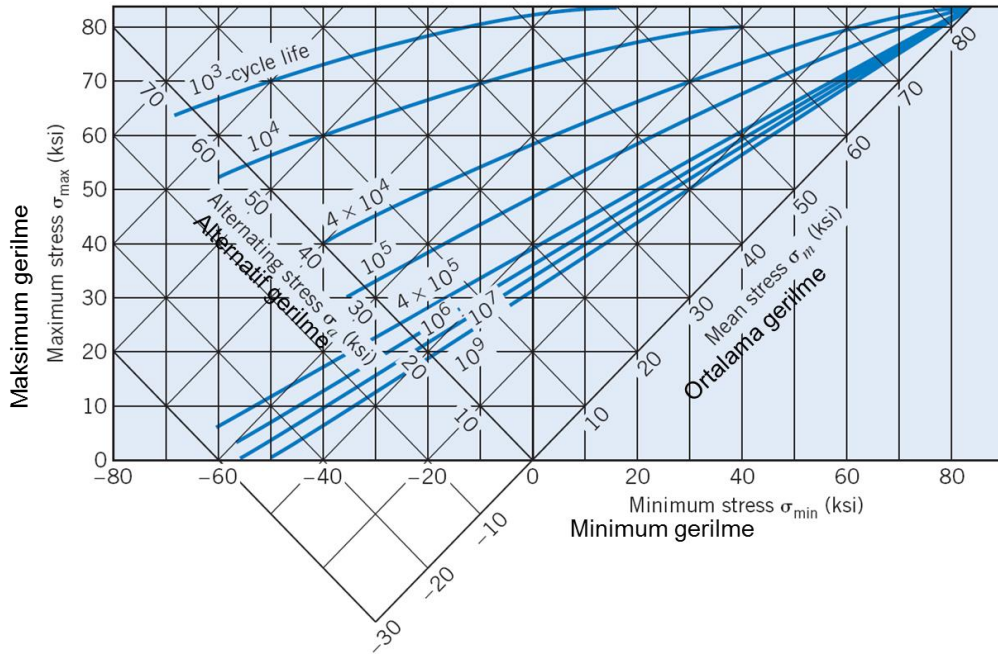
Şekil 8.16 ve tablo 8.1 tasarımcılara genelde değişik yorulma problemlerini çözmek için özet bilgiler vermektedir.



Şekil 8.17 Eksenel Yük Altında Çelik Alaşımı İçin Yorulma Dayanım Diyagramı.
Statik Değerleri; $S_u = 125$ ila 180 ksi,

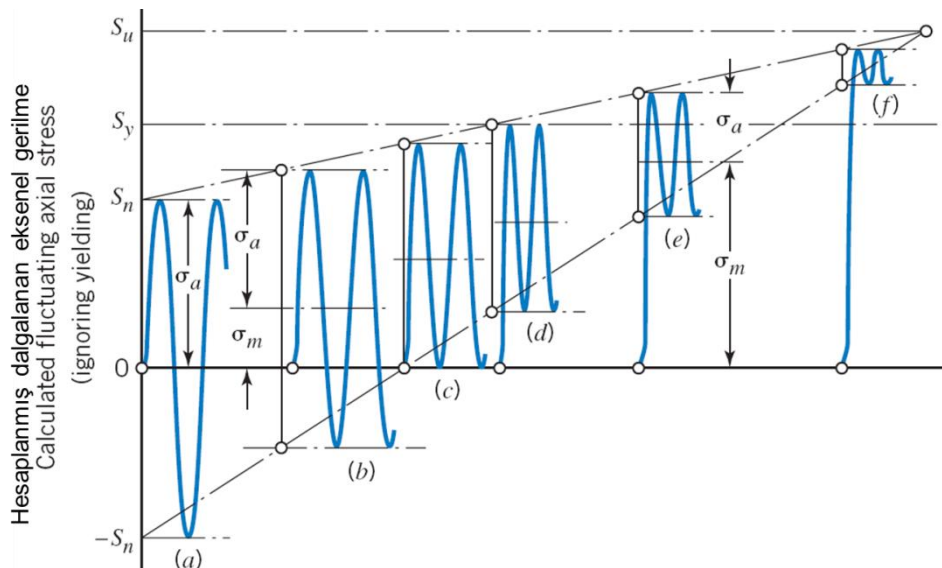


Şekil 8.18 Eksenel Yük Altında 2024-T3, 2024-T4 ve 2014-T6 Alüminyum Alaşımı İçin Yorulma Dayanım Diyagramı. Statik Değerleri;
 $S_u = 72$ ksi, $S_y = 52$ ksi 2024 için; $S_u = 72$ ksi, $S_y = 63$ ksi 2014 için



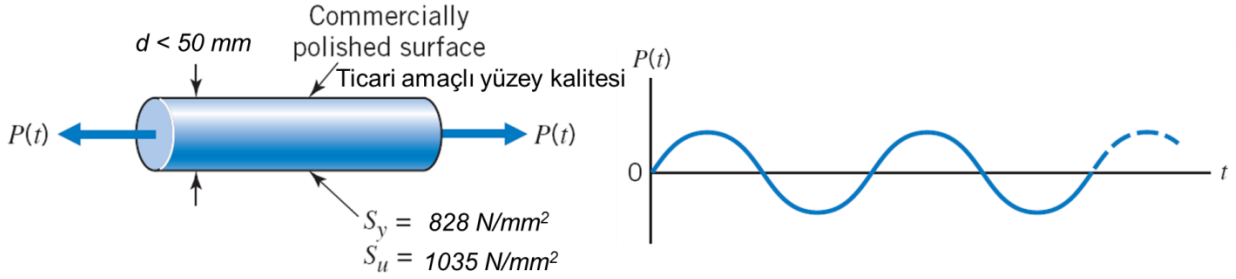
Şekil 8.19 Eksenel Yük Altında 7075-T6 Alesinyum Alaşımı İçin Yorulma Dayanım Diyagramı. Statik Değerleri; $S_u = 82 \text{ ksi}$, $S_y = 75 \text{ ksi}$

Var olan statik çekme gerilmesi tekrar eden gerilmenin birleştirilmiş değerini azaltır. Şekil 8.20 bu durumu göstermektedir. Dalgalanan a tamamen dayanma limitine bağlı tekrar eden gerilme olup, ortalama gerilme sıfır ve alternatif gerilme ise S_n dir. Tekrar eden b de ortalama çekme gerilmesi içerir. Eşit yorulma ömrü elde etmek için, alternatif gerilme mutlaka S_n değerinden küçük olmalıdır. b , c , d , e ve f den hareketle, ortalama gerilme sürekli artmaktadır. Bu da alternatif gerilmeyi azaltmaktadır. Görüldüğü gibi her durumda gerilme sıfırdan başlamış gibi dalgalanmaktadır. Burada gerilme P/A dan hesaplanır. Daha öncede bahsedildiği gibi a da bile mikroskobik uzamalar oluşur. d ye ulaşıldığında mikroskobik uzamalar başlar. Parça ilk yük uygulamasında uzadığından e ve f deki gibi yük tekrarında ömür sonsuzdur.



Şekil 8.20 Değişik Dalgalanmalı Tüm Tek Eksenli Gerilmelerde Eşit Yorulma Ömrü

Problem 1: Kesit alanı 50 mm nin altında olan ticari yüzey işlemlerine tabi bir çelik malzemenin $S_u = 1035 \text{ N/mm}^2$ ve $S_y = 828 \text{ N/mm}^2$. Ampirik ilişkileri kullanarak S-N eğrisini ve sabit ömür yorulma eğrileri ailesini tahmin et.



Şekil 8.21

Verilenler: Ticari yüzey işlemleri, $S_u = 1035 \text{ N/mm}^2$, $S_y = 828 \text{ N/mm}^2$ eksenel yükleme

İstenenler: S-N ve sabit-ömür yorulma eğrileri

Çözüm:

Kabuller:

1. Bu malzeme için yorulma verileri olmadığından, S-N eğrileri Tablo 8.1 ve sabit-ömür yorulma eğrileri şekil 8.16 ya göre oluşturulacaktır.
2. Değişim faktörü, $C_G = 0.9$, sıcaklık faktörü, $C_T = 1.0$ ve Dayanıklılık faktörü, $C_R = 1.0$

Tablo 8.1 den, eksenel yüklemeye maruz sünek malzeme için, 10^3 yük tekrarındaki en büyük alternatif dayanma (gerilme)

$$S_y = 0.75S_u C_T \Rightarrow S_y = 0.75(1035)(1.0) \Rightarrow S_y = 776 \text{ N/mm}^2$$

Tablo 8.1 den, eksenel yüklemeye maruz sünek malzeme için, 10^6 yük tekrarındaki en büyük alternatif dayanma (gerilme)

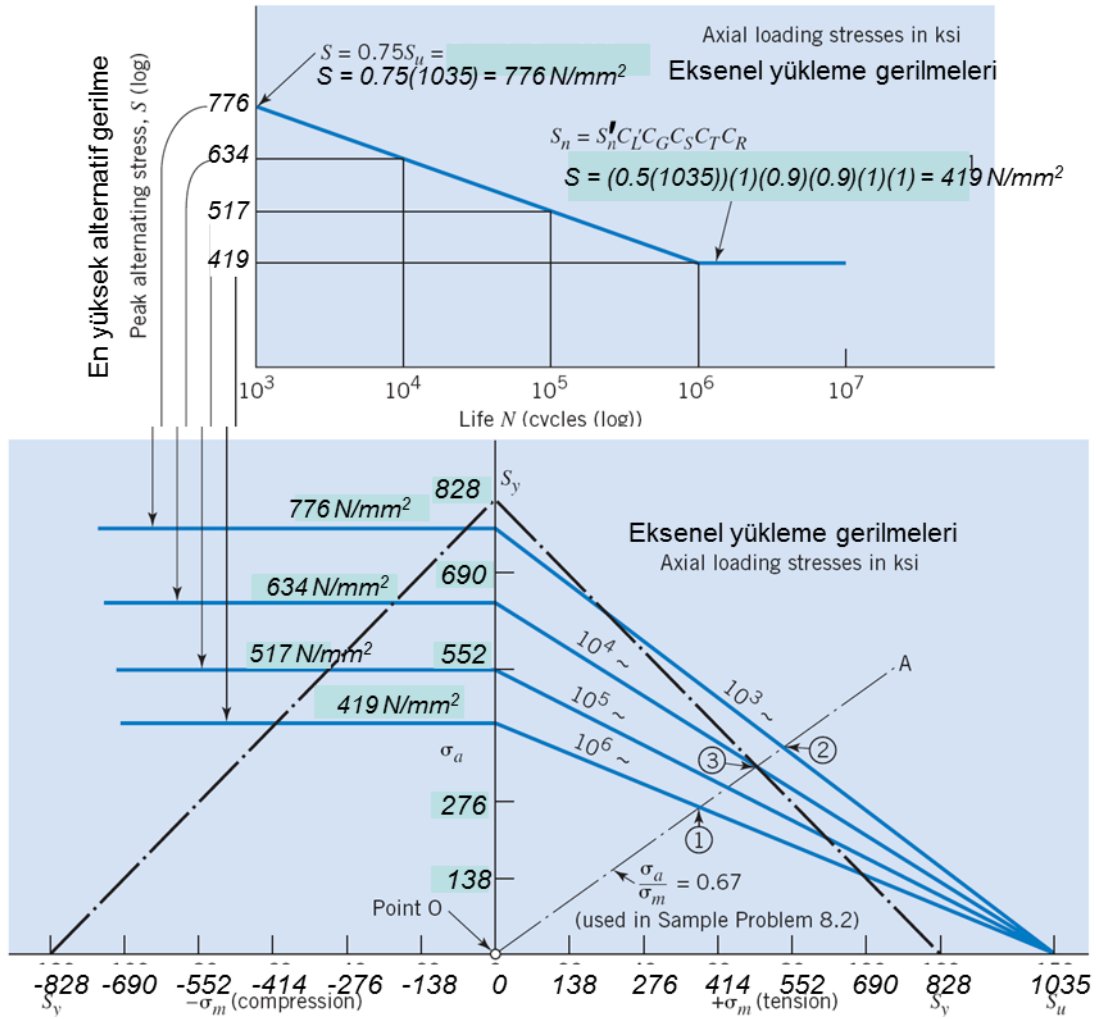
$$S_n = S'_n C_L C_G C_S C_T C_R ; \text{ Burada } S'_n = 0.5S_u = 0.5(1035) \Rightarrow S'_n = 517 \text{ N/mm}^2$$

Burada; $C_L = 1.0$, $C_G = 0.9$, $C_S = 0.9$ (şekil 8.13 den), $C_T = 1.0$ ve $C_R = 1.0$

$$S_n = S'_n C_L C_G C_S C_T C_R = 517(1.0)(0.9)(0.9)(1.0)(1.0) \Rightarrow S_n = 419 \text{ N/mm}^2$$

S-N eğrisi için, 10^3 yük tekrar sayısına karşılık hesaplanan alternatif gerilme 776 N/mm^2 ve 10^6 yük tekrar sayısına karşılık hesaplanan alternatif gerilme ise 419 N/mm^2 olup, sırasıyla 10^5 ve 10^4 yük tekrara sayısına karşılık gelen alternatif gerilmeler ise 517 N/mm^2 ve 634 N/mm^2 olarak orantı ile hesaplanabilir.

Tahmini σ_m , σ_a eğrileri 10^3 , 10^4 , 10^5 ve 10^6 yük tekrara sayıları için grafikte belirtilmiştir.



Şekil 8.22 Hesaplanan S-N Eğrileri

Problem 2: Çok az bir gerilme yoğunluğu ile çekmede yük 4500 N ile 22500 N arasında değişmektedir. Yüzey işleme ticari amaçlı olup, gradyan (değişim) faktörü $C_G = 0.9$ dur. Malzeme problem 1 dekinin aynısı olup, emniyet katsayısı 2 ve tüm yüklere uygulanmaktadır. a) sonsuz ömür için uygun çap nedir? b) 10^3 yük tekrara sayısı için çap nedir?

Verilenler: Ticari yüzey işleme, çekmede yük 4500 N ile 22500 N arasında değişiyor, $S_u = 1035 \text{ N/mm}^2$, $S_y = 828 \text{ N/mm}^2$ eksenel yükleme, S-N eğrileri (problem 1 de bulundu), emniyet katsayısı = 2, $C_G = 0.9$

İstenenler: a) sonsuz ömür için uygun çap nedir? b) 10^3 yük tekrara sayısı için çap nedir?

Çözüm:

Kabuller:

1. Malzemenin çapı 50 mm den (2 inç ten) küçük olduğu, böylece; $C_G = 0.9$
2. Büyük akma oluşmasına müsaade edilmez.

Bu probleme ait S-N eğrileri çapın 50 mm (2 inç) den küçük olduğu kabulü ile şekil 8.22 de elde edilmiştir.

Aşırı yüklenmiş tasarımda;

$$\sigma_m = \frac{F_m}{A} SF = \frac{(22500 + 4500)/2}{A} 2 \Rightarrow \sigma_m = \frac{27000}{A}$$

$$\sigma_a = \frac{F_a}{A} SF = \frac{(22500 - 4500)/2}{A} 2 \Rightarrow \sigma_a = \frac{18000}{A}$$

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{18000/A}{27000/A} \Rightarrow \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = 0.67$$

σ_a, σ_m oranı şekil 8.22 de OA doğrusu ile gösterilmiştir. Eğer A doğrusu altında kalan alan sonsuz ise her iki gerilme $\sigma_a = 0, \sigma_m = 0$ ve bu nokta O noktasıdır. OA doğrusunun sağa doğru hareket etmesiyle, A doğrusunun altında kalan alan azalmaktadır. Burada ilgilenilmesi gereken alan OA doğrusu ile sonsuz ömrün kesiştiği doğrular altında kalan alandır. Şekil 8.22 de 10^6 sonsuz ömrüyle OA doğrusunun kesim noktası “1” in altındaki alandır. Bu noktaya karşılık gelen $\sigma_a = 260 \text{ N/mm}^2$ okunur.

$$\sigma_a = \frac{18000}{A} = 260 \Rightarrow A = 69.23 \text{ mm}^2 \Rightarrow d = 8.32 \text{ mm}$$

Bu değer gerilme değişim katsayısı $C_G = 0.9$ u sağlamaktadır. Burada genelde **$d = 8.5 \text{ mm}$** alınır.

b) Yük tekrara sayısı 10^3 olan bu bölümde AO eğrisinin “2” noktasına kadar uzatılır. Bununla birlikte “2” noktasının “3” noktasını geçmesi, akma olması anlamına gelir. Gerilmenin uygulandığı barda herhangi bir çap değişikliği olmadığından gerilme düzgün dağılır, buda kesit yüzeyi boyunca akmaya neden olur. Burada barın çapı “2” noktasına göre değil “3” noktasına göre seçilir. Buna göre “3” noktasındaki alternatif gerilme $\sigma_a = 330 \text{ N/mm}^2$

$$\sigma_a = \frac{18000}{A} = 330 \Rightarrow A = 54.54 \text{ mm}^2 \Rightarrow d = 7.38 \text{ mm}$$

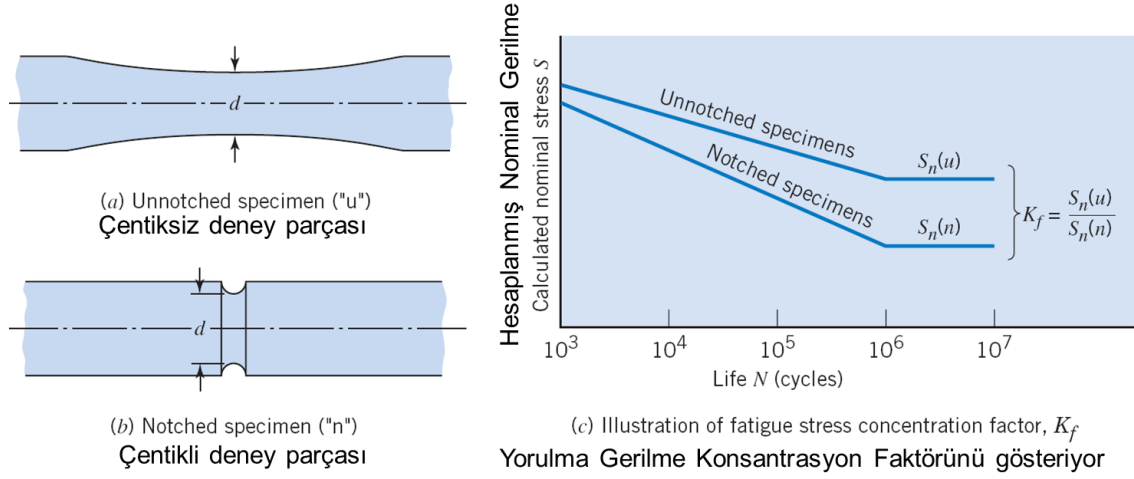
Buradan **$d = 7.5 \text{ mm}$** alınır.

Genel olarak parçalar (makine elemanları) tasarlanırken yorulma dayanımı için en çok kullanılan sonsuz ömür 5×10^8 dır. Bu dururumda S-N eğrisine gerek yoktur. Sadece tahmini dayanma limiti hesaplanmalı ve Goodman sonsuz ömür doğrusu çizilmelidir.

8.10 TAMAMEN TEKRAR EDEN YORULMA YÜKLEMESİNİN GERİLME KONSANTRASYONUNA ETKİSİ

Şekil 8.23 çentikli ve çentiksiz aynı boyutta aynı malzemeden yapılmış iki deney parçasının S-N eğrilerini göstermektedir. Şimdiye kadarki S-N eğrilerinde nominal gerilme göz önüne alınmaktaydı ve gerilme konsantrasyonu göz önüne alınmamaktaydı. Deney parçaları aynı olduğundan her iki deney parçası için hesaplanan gerilme aynıdır. Şekilde de görüldüğü üzere, çentiksiz dayanma limitini çentikli dayanma limitine oranı **yorulma gerilmesi**

konsantrasyon faktörü olarak adlandırılır ve K_f ile gösterilir. Kuramsal olarak K_f değeri kuramsal veya geometrik faktör K_t ye eşit olabilir. Çoğu zaman deneyler K_f nin K_t den daha büyük olduğunu göstermiştir. İdeal malzemelerde bile, elastik teoriye göre iç gerilmeler mevcuttur. Gerçekte malzemelerin içyapılarında düzgün olmayan dağılımlar mevcut olup, bu bölgelerde yüksek gerilmeler mevcuttur. Makine elemanı üzerinde çentik olmasa bile, malzeme içyapıdaki düzensizlik ve mikroskobik çatlaklardan dolayı gerilme konsantrasyonuna her zaman mevcuttur. Eğer malzeme çok iyi ise (herhangi bir nedenle gerilme konsantrasyonu yok ise) dışarıdan ilave edilen çentiğin pek fazla etkisi olmaz. Bu durum için dökme demir iyi bir örnektir. İç gerilmelerin etkisiyle genelde grafit ayrışmaları oluşur ve geometrik gerilme biraz artar ya da pek fark etmez. Bir başka deyişle, şekil 8.23 deki çentikli ve çentiksiz S-N eğrileri arasında kır dökme demir için fark olmaz. Çok ince iç yapıya sahip ve çentiğe hassas malzemelerde $K_f \approx K_t$ ve dökme demir gibi çentiğe hassas olmayan malzemelerde $K_f \approx 1$.



Şekil 8.23 Çentikli ve Çentiksiz Parçaların Tekrar eden Yükteki Yorulma Deneyleri

Bu durumlarla için **çentik duyarlılık faktörü (notch sensitive factor), q** , kullanılır ve yorulma gerilmesi konsantrasyon faktörü aşağıdaki formülle hesaplanır.

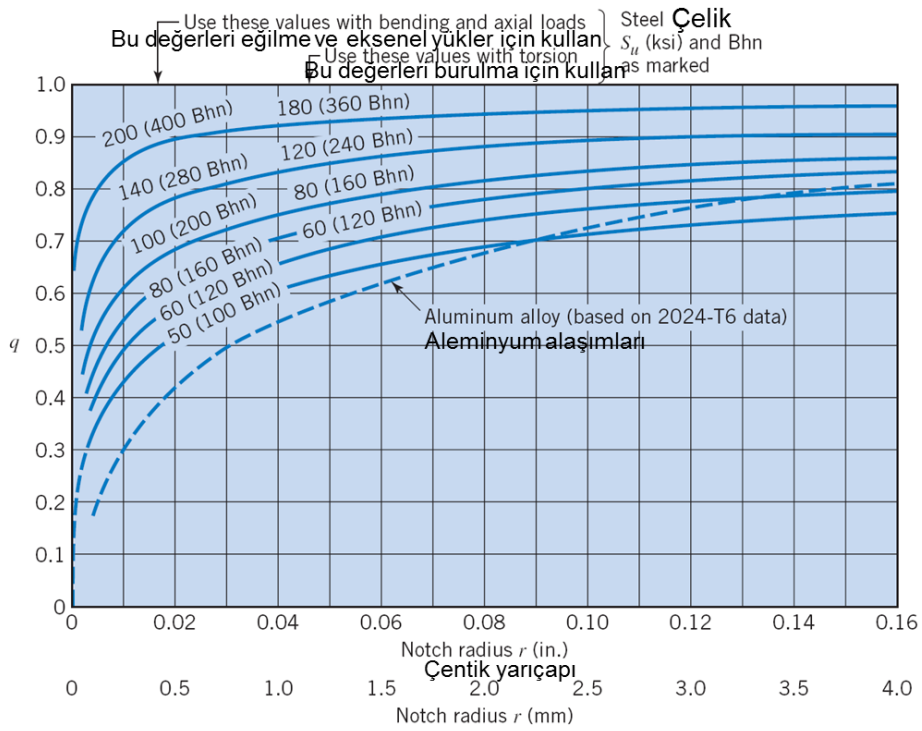
$$K_f = 1 + (K_t - 1)q \quad (8.2)$$

Burada $K_f = 1$ ise $q = 0$ olur ve aynı şekilde $K_f = K_t$ ise $q = 1$ olur. Dolayısıyla teorik olarak yorulma gerilme konsantrasyonu faktörünü, buna karşı gelen teorik faktörden belirlemek için, malzemenin çentik duyarlılığını bilmek gerekmektedir.

Bu durum görüldüğünden biraz daha karışıktır. Çünkü çentik duyarlılığı sadece malzemeye bağlı olmayıp hem de geometrik çentiğin yarıçapına ve parçanın içindeki düzensizliklerin boyutuna da bağlıdır. Çentik yarıçapı çok küçükse, iç düzensizliklerin boyutu sıfır çentik duyarlılığına giderek yaklaşır. Bu gerçekten bir şanstır, yoksa yüzeyde oluşacak çok küçük bir çizgi dahi yorulma dayanımını çok fazla azaltacaktır. Şekil 8.24 bazı genel malzemeler için çentik duyarlılığının, çentik yarıçapıyla değişimini göstermektedir. Görüldüğü gibi, çentik yarıçapının sıfıra yaklaşmasıyla, çentik duyarlılığı da sıfıra yaklaşır. Aynı zamanda sert metallerin çentiğe karşı daha hassas olduğu görülmektedir. Bunun anlamı, yumuşak

malzemeyi sert ve kuvvetli malzeme ile değiştirmek, yorulma dayanımını artırır. Fakat artış çentik duyarlılığı nedeniyle istenildiği kadar iyi olmayabilir. Son olarak şekil 8.24 göstermektedir ki, burulma yüklemesi durumunda ki çentik duyarlılığı, eğilme ve eksenel yükleme durumundan biraz daha duyarlıdır.

Şekil 8.23 göstermektedir ki, 10^3 yük tekrara sayısındaki çentik duyarlılığı, 10^6 yük tekrara sayısı durumundan çok daha azdır. Bazı referanslar 10^3 yük tekrara durumunda çentik duyarlılığının göz önünde bulundurulmamasını tavsiye etmektedir. Bu iddiayı yumuşak malzemeler (çelik, magnezyum, alüminyum ve diğerleri) ile yapılan deneyler doğrulamaktadır fakat aynı metallerin alaşımlı olanlarıyla (daha sert ve daha kuvvetli) yapılan deneylerde 10^3 ve 10^6 yük tekrarı durumunda çentik duyarlılığının hemen hemen aynı olduğu gözlemlenmiştir. (Not: 1ksi = 6.895Mpa = 6.895 N/mm²)



Şekil 8.24 Çentik Duyarlılık Eğrileri

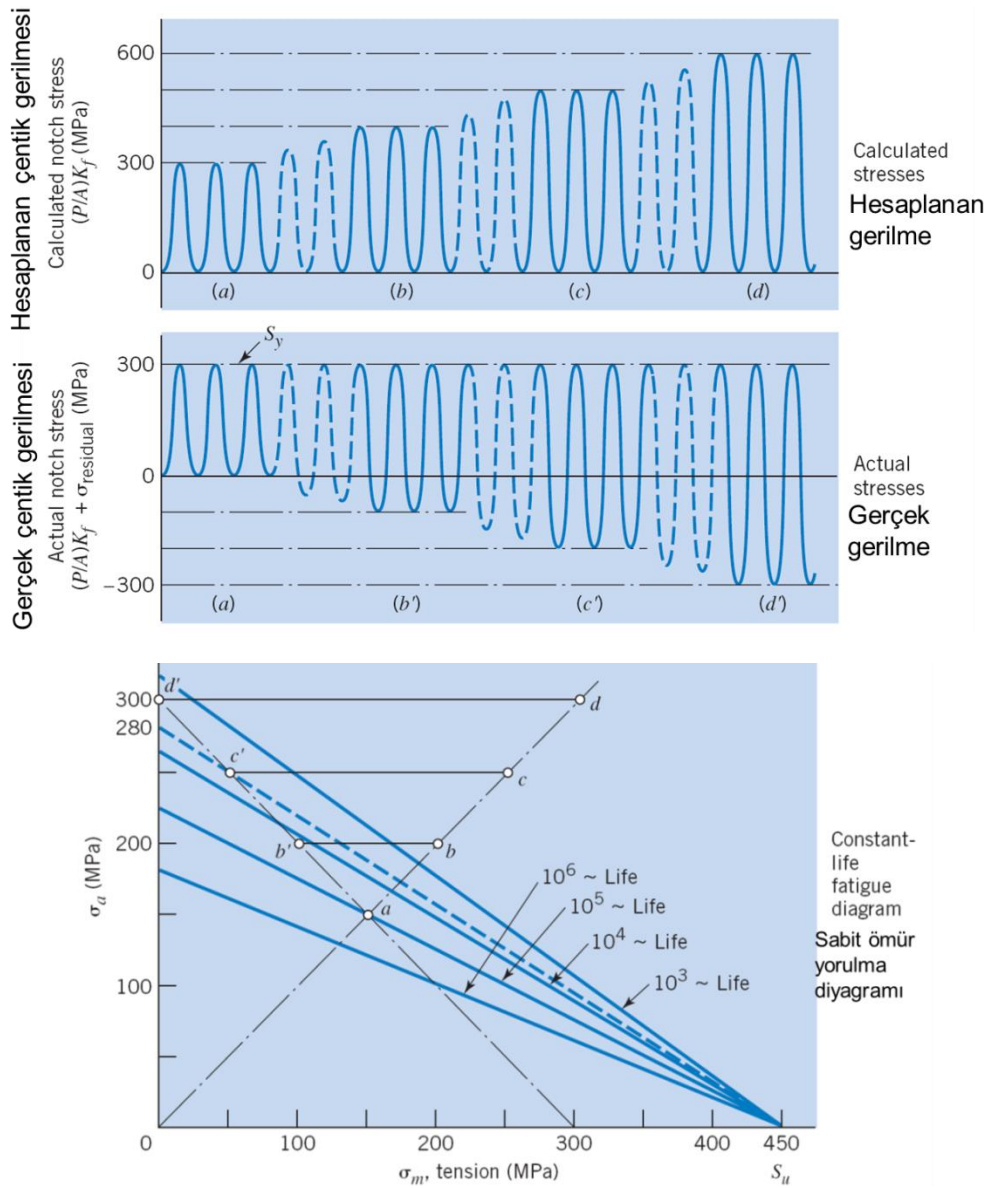
Düşük yük tekrarındaki yorulma dayanımı o bölgede hesaplanan nominal gerilmeyle ilgili olmayıp o bölgede oluşan uzamaya ilgilidir. Uzama tekrarıyla ilgili konular burada işlenmeyecektir. Daha önce tanımlanan yorulma gerilmesi konsantrasyon faktörü, K_f , tüm yorulma durumları için kullanılabilir. Bu değer belki düşük yük tekrara sayılarındaki yorulma hesaplamalarında fazla konservatiftir.

Burada belki yorulma gerilme konsantrasyon faktörü mukavemet azaltma faktörü olarak ta düşünülebilir. Bu konuda değişik fikirler olup burada K_f yorulma gerilme konsantrasyon faktörü olarak kullanılacaktır. Şekil 8.23 e bakıldığında, K_f mukavemet azaltma faktörü olarak kullanılmış olup, çentik için $S'_n C_L C_G C_S C_T C_R / K_f$ denklemi kullanılmıştır. Bu doğru olabilir, fakat malzeme çentik ile zayıflatıldığından bu uygulamada avantaj değildir. Bunlara ilaveten, K_f gerilme çarpanı olarak kullanıldığında, S-N ve sabit ömür eğrileri çentik etkisinden

bağımsız olmuş olur. Sonuç olarak, en yüksek yüklemenin oluşturduğu iç gerilmeler düşünüldüğünde, K_f gerilme konsantrasyon faktörü olmak zorundadır.

8.11 ORTALAMA ARTI ALTERNATİF YÜKLEMENİN GERİLME KONSANTRASYONUNA ETKİSİ

Hesaplanan elastik gerilmenin akma dayanımını (sınırını) geçmesi, akmaya ve iç gerilmelerin oluşmasına neden olduğu bölüm 4 de en büyük yük için gösterilmişti. Bundan başka, aynı en büyük kuvvet tekrarı uygulandığı zaman, iç gerilmeler her zaman **gerçek** gerilmeleri azaltmaktadır. Ortalama ve alternatif gerilmelerin etkisindeki durumda, yorulma ömründe, ortalama ve iç gerilmelerin etkisini görmek için şekil 4.14 çizilmiştir.



Şekil 8.25 Şekil 4.14 de Gösterilen Çelikteki Gerilmelerin Tekrar Eden Uygulanması İçin Yorulma Ömrünün Tahmini, $S_u = 450 \text{ Mpa}$ ve $S_y = 300 \text{ Mpa}$

Çentikli bar çelikten $S_u = 450 \text{ Mpa}$ ve $S_y = 300 \text{ Mpa}$ imal edilmiş olup, boyutları ve yüzey işlemlerini içeren sabit ömür yorulma eğrileri şekil 8.25 gösterilmiştir. Şekil 8.25 deki birinci şekil akma hesaba katılmaksızın çentikli gerilme değişmesini göstermektedir. İlk üç yük değişimi şekil 4.14a da ki yükleme ve yükü kaldırmaya karşılıktır. Takip eden nokta-nokta kısımda ise, yük şekil 4.14b deki gibi çok fazla artırılmıştır. Bu nokta-nokta çizgiler (yük tekrarları) yaklaşık $7/6 S_y$ çentik kökünde elastik teoriyle hesaplanmış gerilmeleri göstermektedir. Buna ilişkin üç yük tekrarı şekil 8.25b de dolu çizgilerle gösterilmekte ve hesaplanan gerilme değeri sıfır ila 400 MPa ($4/3 S_y$) arasında değişmektedir. Bu hesaplama şekil 4.14d ye ulaşıncaya kadar yapılır. Burada yük olmadığı zaman gerilme değeri sıfır ve yük olduğu zaman gerilme değeri $2 S_y$ (600 MPa).

Şekil 8.25 deki ikinci şekil çentik kökünde oluşan gerçek gerilmeyi gösterir. Burada malzemenin sünek malzeme olduğu ve gerilme-uzama eğrisinin şekil 4.14e deki gibi ideal olduğu kabul edilir. Burada ilk üç yük tekrarı herhangi bir uzama olmaz fakat takip eden iki yük tekrarı (nokta-nokta) gerilme 300 MPa lı geçtiğinden uzama oluşur. Gerilmenin bir öncekinden biraz daha fazla artırıldığı her durumda çok az bir uzama oluşur. Yükün uygulandığı b bölümündeki bir yük tekrarı gerilme dağılımı şekil 4.14 deki şekillerin solundaki gibi olur. Yük kaldırıldığında ise gerilme sıfır olmaz ve şekil 4.14 deki sağdaki gibi olur. Çentik bölgesinde yük uygulandığında gerilme S_y ve yük kaldırıldığında gerilme (iç gerilmeler) $-1/3 S_y$. Bu hesaplama şekil 4.14d ye ulaşıncaya kadar yapılır. Burada yük uygulandığında gerilme değeri S_y ve yük kaldırıldığında gerilme değeri $-S_y$.

Şekil 8.25 in en alttaki şekli şekil 4.14 deki parçaya kuvvetin uygulandığı ve uygulanmadığı durumda malzemenin yorulma dayanımı karakteristiğinin karşılaştırılmasını göstermektedir. Buradaki a , b , c ve d noktaları çentiğin kökünde hesaplanan gerilmelere karşılık gelir. Buradaki a' , b' , c' ve d' noktaları ise gerçek gerilmelere karşılık gelir ve bunlar gerçeğe çok yakındır. Her durumda uzama **ortalama gerilmeyi** azaltırken **alternatif gerilmeye** etki etmez.

Şekil 8.25 deki grafiklerin temeli, yükleme noktası a için 10^5 yük tekrar sayısı, çekme yükünün değişik değerlerinin tekrarlanan uygulamalarındaki tahmini yükleme ömrü olabilir. Muhtemelen yükleme b için 10^4 yük tekrarı sayısının $1 \frac{1}{2}$ veya 2 katı, yaklaşık 6×10^3 yük tekrar sayısı c için ve yaklaşık $2 \frac{1}{2} \times 10^3$ yük tekrar sayısı d için. Nokta-nokta çizgiler ve c' dan geçen doğru daha iyi bir prosedürü göstermektedir. Bu doğru Goodman doğrusu olup bilinmeyen ömürlere karşılık gelir. Doğru üzerindeki tüm noktalar **aynı ömre** karşılıktır. Örneğin c' noktası 280 MPa lık tekrar eden yüklemeye aynı ömre karşılık gelir. Ömür seçimini uygun bir perspektifte bakıldığında çok kabadır. Şekil 8.4c de görüldüğü gibi S-N eğrisi dağınık bir bant üzerindedir ve bu değerlere istatistik olarak bakıldığında ömür değeri kaba değildir. Bu arada hiçbir zaman unutmamak gerekir ki, düşük yük tekrarı sayısında, ömür tahmini daha zordur.

Malzemedeki çentik duyarlılığı q nın birden küçük olduğunu kabul edelim ve teorik gerilme konsantrasyon faktörü K_t ise 2 den büyük olabilir.

Şekil 8.17, 8.18 ve 8.19 daki yorulma dayanıklılığı diyagramlarından rahatça ömür tahmini yapılabilir. Bu diyagramlarda, a, b, c ve d noktaları dikey eksen ($\sigma_{min} = 0$) üzerine yayılır ve a', b', c' ve d' noktaları yatay eksen ($\sigma_{max} = S_y$) üzerine yayılır.

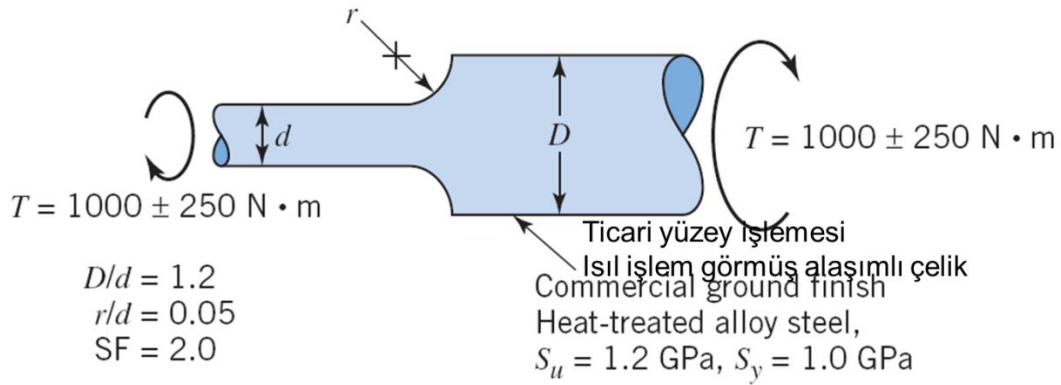
Özet olarak, ortalama ve alternatif gerilmelerin kombinasyonuna maruz kalan çentikli parçaların yorulma ömür tahmininde kullanılan metot:

Tüm gerilmeler (ortalama ve alternatif) yorulma gerilme konsantrasyon faktörü, K_f , ile çarpılmalıdır. Eğer hesaplanan en büyük gerilme malzemenin akma sınırını (mukavemetini) geçerse, düzeltme akma ve bunun sonucunda oluşan iç gerilmeler için yapılmalıdır.

Bu durumu iç gerilmeler oluşturduğundan dolayı **iç gerilme metodu** olarak adlandırılır.

Alternatif metot olarak da, sadece alternatif gerilme, yorulma gerilme konsantrasyon faktörü, K_f ile çarpılır. İç gerilmeler göz önünde bulundurulmaz.

Problem 3: 1000 Nm moment ileten mil üzerinde titreşimler sonucunda 250 Nm lik tekrar eden moment oluşmaktadır. Her iki yükleme için emniyet katsayısı 2. Mil malzemesi ısıtıl işlem uygulanmış malzeme olup, $S_u = 1.2 \text{ GPa}$ ve $S_y = 1.0 \text{ GPa}$, (ne yazık ki S_{us} ve S_{ys} deney verileri yoktur). Mil üzerinde $D/d = 1.2$ ve $r/d = 0.05$ olan bir kademe mevcuttur. Ticari olan iyi bir yüzey işlemesi mevcuttur. Sonsuz ömür için gerekli mil çapını bulunuz.



Şekil 8.26 Ortalama ve Alternatif Gerilmeye Maruz Kalmış Mil

Verilenler: $T_m = 1000 \text{ Nm}$, $T_a = 250 \text{ Nm}$, $SF = 2$, $S_u = 1.2 \text{ GPa}$, $S_y = 1.0 \text{ GPa}$, $D/d = 1.2$, $r/d = 0.05$ Ticari olan iyi bir yüzey işlemesi mevcuttur.

İstenenler: Sonsuz ömür için $d = ?$

Çözüm: Şekil 8.27 de hesaplanmış yorulma diyagramı görülmektedir. (Sonsuz ömür gereksinimi için S-N eğrisi çizmeye gerek yoktur). Mil çapının 10 mm ila 50 mm arasında olduğu kabulü ile hesaplamalar yapılacaktır. Eğer mil çapı bu sınırlar dışında olursa C_G tekrar değerlendirilip hesaplar tekrar yapılmalıdır.

Hesaplanan çentik dibi gerilmeler:

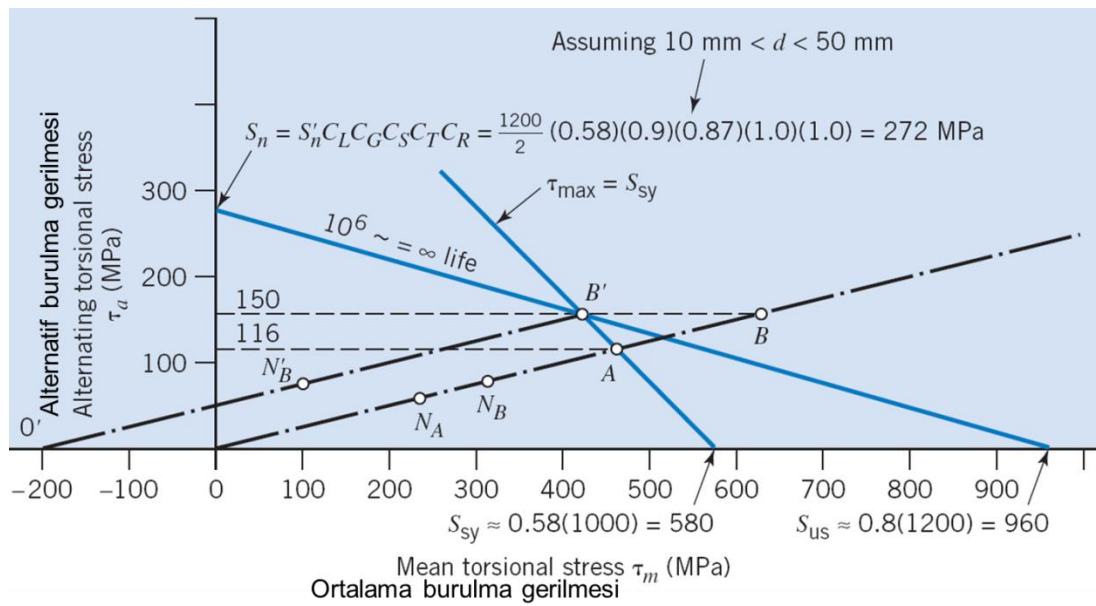
$$\tau_m = \frac{16T_m}{\pi d^3} K_f, \quad \tau_a = \frac{16T_a}{\pi d^3} K_f$$

Tablo 8.1 den; $C_L = 0.58$ burulma için, $C_G = 0.9$, $C_S = 0.87$ şekil 8.13, $C_T = 1.0$, $C_R = 1.0$

$$S_n = S'_n C_L C_G C_S C_T C_R = \frac{1200}{2} (0.58)(0.9)(0.87)(1.0)(1.0) \Rightarrow S_n = 272 \text{ MPa}$$

$$S_{us} = 0.8S_u = 0.8(1200) \Rightarrow S_{us} = 960 \text{ MPa}$$

$$S_{sy} = 0.58T_m = 0.58(1000) \Rightarrow S_{sy} = 580 \text{ MPa}$$



Şekil 8.27 Problem İçin Yorulma Dayanımı Diyagramı

Şekil 4.6c den $K_t = 1.57$ olarak belirlenir ve denklem 8.2 den K_f hesaplanır. Fakat q değerinin belirlenmesi yine mil çapının tahmini ile şekil 8.24 den yapılır.

Burada (1.2 GPa = 174 ksi)

$r \geq 1.5 \text{ mm}$ seçilirse $q \approx 0.95$ ve $r/d = 0.05$; $1.5/d = 0.05 \Rightarrow d \geq 30 \text{ mm}$ olarak hesaplanır. Mil çapının en az 30 mm alınır.

$$K_f = 1 + (K_t - 1)q = 1 + (1.57 - 1)0.95 \Rightarrow K_f = 1.54$$

Emniyet katsayısı da hesaba katılarak ortalama ve alternatif gerilmeler.

$$\tau_m = \frac{16T_m SF}{\pi d^3} K_f = \frac{16(1000)2}{\pi d^3} (1.54) \Rightarrow \tau_m = \frac{15685}{d^3}$$

$$\tau_a = \frac{16T_a SF}{\pi d^3} K_f = \frac{16(250)2}{\pi d^3} (1.54) \Rightarrow \tau_a = \frac{3922}{d^3}$$

$$\frac{\tau_a}{\tau_m} = \frac{3922/d^3}{15685/d^3} \Rightarrow \frac{\tau_a}{\tau_m} = 0.25$$

Şekil 8.27 nin orijininin başlayarak 0.25 eğimli doğru şekilde görüldüğü gibi çizilir. Bu doğrunun ilk kesim noktası olan A da herhangi bir akma söz konusu olmayıp gerilme bu değerden fazla olamaz. Bu gerilme değeri $\tau_a = 116 \text{ MPa}$ olup buradan d çapı hesaplanır.

$$\tau_a = \frac{3922}{d^3} \Rightarrow 0.116 = \frac{3922}{d^3} \Rightarrow d = 32.3 \text{ mm}$$

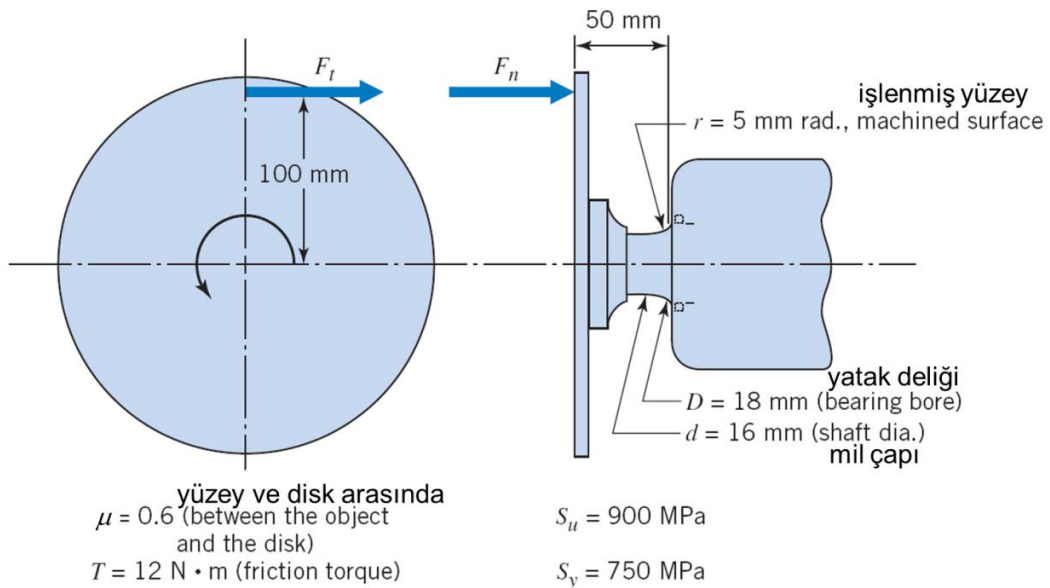
Birçok durumda fazla yükleme için çok az bir akmaya izin verilir. Eğer bu kabul edilirse şekil 8.27 de görüldüğü gibi mil çapı, gerilme B noktasına ulaşınca kadar değiştirilir. Akmadan ve iç gerilmelerden dolayı **gerçek** gerilme B' noktasına ($\tau_a = 150 \text{ MPa}$) geri gelir ki buda sonsuz ömür için doğrudur. Akma alternatif gerilmeyi etkilemediğinden alternatif gerilme şöyle hesaplanır.

$$\tau_a = \frac{3922}{d^3} \Rightarrow 0.150 = \frac{3922}{d^3} \Rightarrow d = 29.7 \text{ mm}$$

Burada $d = 32.2 \text{ mm}$ veya $d = 29.7 \text{ mm}$ cevaplarını kabul etmeden önce, geriye gidilerek C_G ve q değerlerinin seçilen çapla uygun olup olmadığına bakılır. Gerekirse bu katsayılar yeniden seçilerek hesaplamalar yapılır. Bu problemde değerler uygundur.

Problem 4: Şekilde görülen diskli zımpara milinin imal edildiği çelik için

$S_u = 900 \text{ MPa}$ ve $S_y = 750 \text{ MPa}$. En çok yük diskin dış çapına (yarıçap = 100 mm) yeteri kadar zımparalama yükü uygulandığında ortaya çıkmakta ve bu değer 12 Nm sürtünme momenti oluşturmaktadır. Diskle yüzey arasındaki sürtünme katsayısı 0.6 olsun. Şaftın yorulma kırılmasına karşılık gelen emniyet katsayısı nedir?



Şekil 8.28 Problem 4

Verilenler: $S_u = 900 \text{ MPa}$, $S_y = 750 \text{ MPa}$, disk yarıçap = 100 mm, $T = 12 \text{ Nm}$ ve $\mu = 0.6$

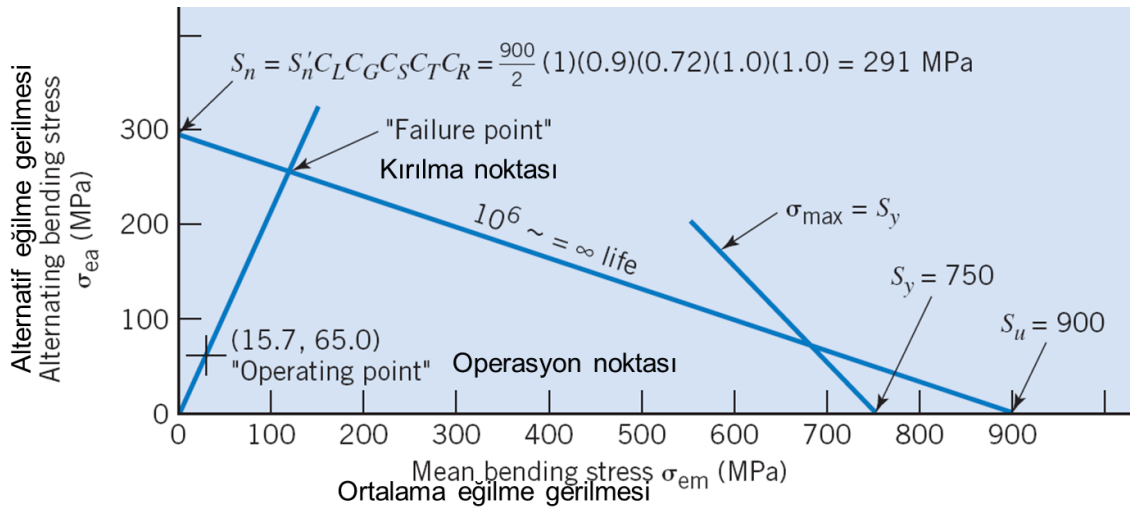
İstenen: $SF = ?$

Çözüm:

Tablo 8.1 den; $C_L = 1.0$, $C_G = 0.9$, $C_S = 0.72$ şekil 8.13, $C_T = 1.0$, $C_R = 1.0$

$$S_n = S'_n C_L C_G C_S C_T C_R = \frac{900}{2} (1.0)(0.9)(0.72)(1.0)(1.0) \Rightarrow S_n = 291 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{ea} = S_y$$



Şekil 8.28b Problem 4 ün Yorulma Gerilme Diyagramı

$$T = F_t r \Rightarrow 12 \text{ Nm} = F_t (0.1 \text{ m}) \Rightarrow F_t = 120 \text{ N}$$

$$\mu = \frac{F_t}{F_n} \Rightarrow F_n = \frac{F_t}{\mu} = \frac{120}{0.6} \Rightarrow F_n = 200 \text{ N}$$

Milin yuvarlatma yarıçapına gelen kuvvetler

Moment: $T = 12 \text{ Nm} = 12000 \text{ Nmm}$ ve Eksenel kuvvet: $F_n = 200 \text{ N}$

Eğilme: Paralel yüzeyde: $M_h = 120 \text{ N}(50 \text{ mm}) \Rightarrow M_h = 6000 \text{ Nmm}$

Dikey Düzlemde: $M_v = 200 \text{ N}(100 \text{ mm}) \Rightarrow M_v = 20000 \text{ Nmm}$

$$M = \sqrt{(M_h)^2 + (M_v)^2} = \sqrt{(6000)^2 + (20000)^2} \Rightarrow M = 20880 \text{ Nmm}$$

Şekil 4.6 den moment, eğilme ve eksenel kuvvetler için geometrik gerilme konsantrasyonu faktörü; $D/d = 18/16 = 1.125$ ve $r/d = 5/16 = 0.3125$

$$K_{t(c)} = 1.10, K_{t(a)} = 1.28 \text{ ve } K_{t(b)} = 1.28$$

Şekil 8.24 den çentik duyarlılığı $q = 0.91$ *eksenel ve eğilme* yükleri için, $q = 0.93$ *burulma* için okunur. Bu değerler denklem 8.2 de yerine konularak K_f değerleri hesaplanır.

$$K_f = 1 + (K_t - 1)q = 1 + (1.28 - 1)0.91 \Rightarrow K_f = 1.25 \text{ eksenel ve eğilme için}$$

$$K_f = 1 + (K_t - 1)q = 1 + (1.1 - 1)0.93 \Rightarrow K_f = 1.09 \text{ burulma için}$$

Şimdi yuvarlatma yarıçapında oluşan üç gerilme bileşeni hesaplanır.

$$\tau = \frac{16TSF}{\pi d^3} K_f = \frac{16(12000)SF}{\pi(16)^3} (1.09) \Rightarrow \tau = 16.26(SF) \text{ MPa}$$

$$\sigma_{(a)} = \frac{P(SF)}{A} K_{f(a)} = \frac{-200(SF)4}{\pi d^2} (1.25) \Rightarrow \sigma_{(a)} = -1.24 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{(b)} = \frac{32M(SF)}{\pi d^3} K_{f(b)} = \frac{32(20880)(SF)}{\pi(16)^3} (1.25) \Rightarrow \sigma_{(b)} = 65.0 \text{ MPa}$$

Şekil 8.16 da “iki eksenli yükleme” için verilen yöntem uygulanarak Şekil 8.28b deki tahmini Goodman sonsuz ömür eğrileri *eğilme yükleri* için çizilir. Sonra, ilgili eşdeğer ortalama ve alternatif eğilme gerilmeleri “operasyon noktasını” bulmak için diyagramda işaretlenir. Belirlenen üç gerilmede sabit durumda iken moment ve eksenel gerilmeler sabittir. Eğilme gerilmesi tamamen değişkendir, (yuvarlatma yarıçapındaki gerilme milin bir devrinde çekme-basma-çekme olarak değişir). Tavsiye edilen yöntemi uygulayarak, eşdeğer ortalama ve alternatif gerilmeler hesaplanır.

$$\sigma_{em} = \frac{\sigma_m}{2} + \sqrt{\tau^2 + \left(\frac{\sigma_m}{2}\right)^2} = \frac{-1.24}{2} + \sqrt{(16.3)^2 + \left(\frac{-1.24}{2}\right)^2} \Rightarrow \sigma_{em} = 15.7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{ea} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = \sqrt{(65.0)^2 + 3(0)^2} \Rightarrow \sigma_{ea} = 65.0 \text{ MPa}$$

Şekle bakıldığında, operasyon noktasından yorulma kırılması noktasına ulaşmak için gerilme yaklaşık olarak 4 kat artırılmalıdır. Dolayısı ile emniyet katsayısı $SF = 4$.

8.12 RASTGELE DEĞİŞEN YÜKLERDE YORULMA ÖMRÜNÜN BELİRLENMESİ

Makine elemanlarının büyük çoğunluğu (örneğin; otomobil süspansiyon sistemi, uçakların gövdesi ve iniş takımları gibi) rastgele yüklemelerin etkisi altında olup, bu parçaların yorulma ömürlerini belirlemek daha zordur. Bu konuyla ilgili takip edilecek metot 1924 yılında İsveçli bilim adamı Palmgren tarafından belirlenmiş olup, aynı metot Amerikalı bilim adamı Miner tarafından da onaylanmıştır. Bu metot *doğrusal toplanan hasar kuralı (linear cumulative-damage rule)* olarak adlandırılmıştır.

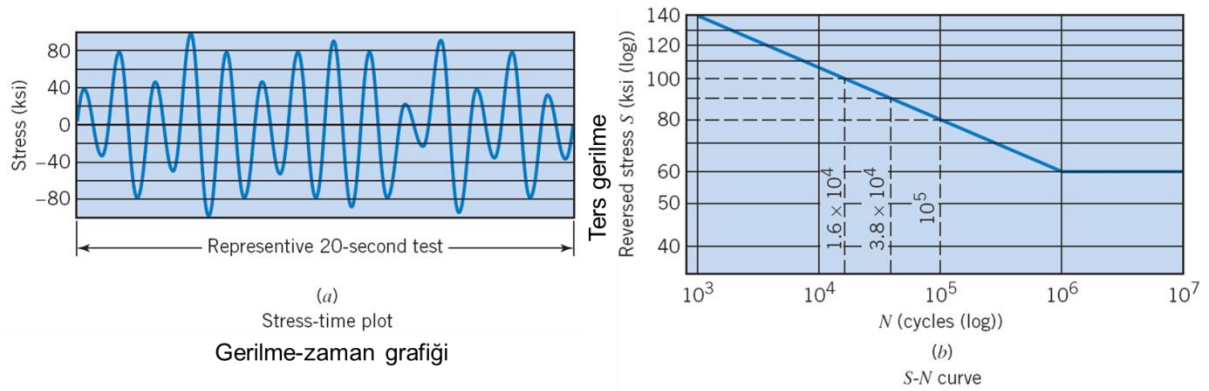
Palmgren and Miner basit ve mantıklı bir yaklaşımla şu konsepti geliştirmiştir. **Döngüsel olarak yüklemeyle oluşan gerilme parçayı 10^5 yük tekrara sayısında kırıyor ise, bu yüklemenin her bir döngüsü parçanın ömrünün 10^5 inin bir kısmını tüketir.** Bu ifade aynı şekilde 10^4 yük tekrarı ve diğerleri içinde doğrudur. Bu temele göre %100 ömür, yorulma kırılmasının olduğu durumda belirlenir.

Palmgren and Miner kuralı matematik olarak şu şekilde ifade edilir. $n_1, n_2, \dots, n_k$ aşırı gerilme seviyesindeki yük tekrar sayısı ve $N_1, N_2, \dots, N_k$ aşırı gerilme seviyesindeki ömür (yük tekrar sayısı) uygun S-N eğrilerinden alındığı gibi. Yorulma kırılması şöyle hesaplanır.

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_k}{N_k} = 1 \quad \text{veya} \quad \sum_{j=1}^{j=k} \frac{n_j}{N_j} = 1 \quad (8.3)$$

Takip eden iki problem doğrusal toplanan hasar kuralı uygulamasına ait olacaktır.

Problem 5: Çentikte oluşan gerilme (gerilme konsantrasyon faktörünü, K_f , içeriyor) şekil 8.29a da olduğu gibi değişmektedir. Gerilme eksenel, burulma veya eğilme veya iki eksenli eşdeğer eğilme olabilir. Yükleme şeklinden görüldüğü üzere yükleme zamanı 20 saniyedir. Malzeme çelik olup yaklaşık S-N eğrisi Şekil 8.29b de verilmiştir. Bu eğri yükleme faktörü, gerilme gradyanı ve yüzey işleme için düzeltilmiştir. Parçanın yorulma ömrünü bulunuz.



Şekil 8.29

Verilenler: Şekilde

İstenenler: Parçanın yorulma ömrünü = ?

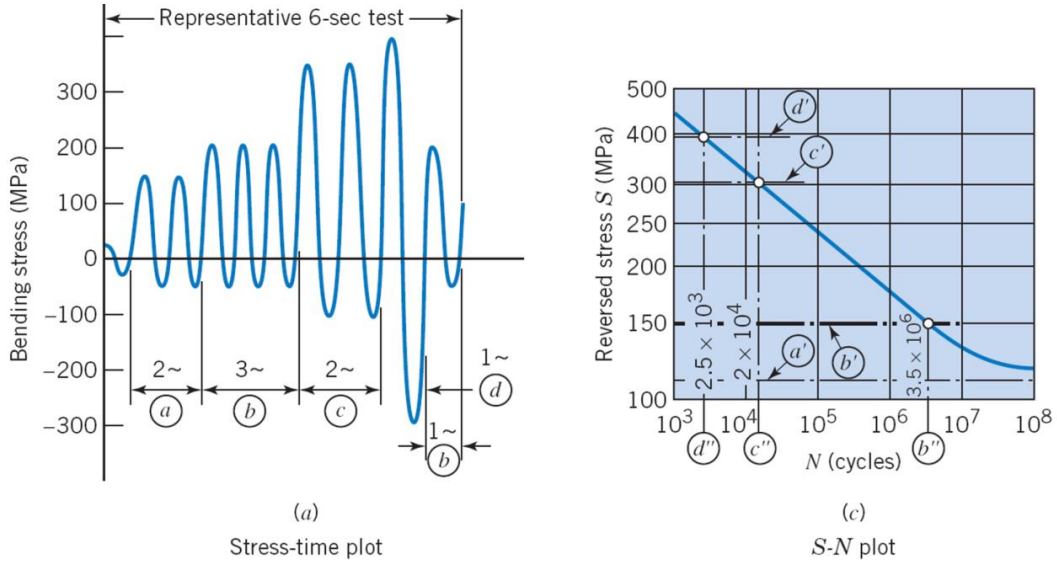
Çözüm: Şekil 8.29b de dayanma limiti (60 ksi) üzerinde işaretlenmiş sekiz tane gerilme değeri mevcuttur. 80 ksi 5 kez, 90 ksi 2 kez ve 100 ksi 1 kez dayanma limitinin üzerine çıkmıştır. Yalnız bunlardan üç tanesine karşılık gelen ömürler işaretlenmiştir. S-N eğrisi göstermektedir ki; 80 ksi yük tekrarı ömrün 10^5 inden bir parçasını kullanmakta, 90 ksi yük tekrarı ömrün 3.8×10^4 inden bir parçasını kullanmakta ve 100 ksi yük tekrarı ömrün 1.6×10^4 inden bir parçasını kullanmaktadır. Bunları denklem 8.3 de yerine koyarsak,

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} = \frac{5}{10^5} + \frac{2}{3.8 \times 10^4} + \frac{1}{1.6 \times 10^4} = 0.0001651$$

Bu harcanan zamanın bir çarpanı olup bire eşittir. Bu durumda, 20 saniye $1/0.0001651$ ile çarpılmalıdır.

$$20 \frac{1}{0.0001651} = 121139 \text{ s} = 2019 \text{ min} = 33.6 \text{ saat}$$

Problem 6: Şekil 8.30a da gerilmenin 6 saniyelik bir zaman dilimindeki değişimi verilmektedir. Eğilme gerilmesinin grafiği gerilme konsantrasyon faktörünü içermektedir. Şekil 8.30d de verilen parça alüminyum alaşımlarından imal edilmiş olup, $S_u = 480 \text{ MPa}$ ve $S_y = 410 \text{ MPa}$. Eğilme için S-N eğrileri şekil 8.30c de verilmiştir. Bu eğriler gerilme gradyanı ve yüzey işleme için düzeltilmiştir. Parçanın ömrünü tahmin edin.



Şekil 8.30

Verilenler: Şekiller, yükleme zamanı = 6 sn ve $S_u = 480 \text{ MPa}$ ve $S_y = 410 \text{ MPa}$

İstenen: Parçanın ömrü = ?

Çözüm: Şekil 8.30a da görüldüğü gibi, 6 saniyelik bölümde a, b, c ve d gibi dört değişik gerilme uygulaması olmuştur. Her bir gerilme uygulaması ortalama ve alternatif gerilmelerin kombinasyonu şeklinde olup, şekil 8.30b de S-N eğrileri çizilmiştir. Örneğin a bölgesinde;

$$\sigma_m = \frac{(\sigma_{max} + \sigma_{min})}{2} = \frac{(150 + (-50))}{2} \Rightarrow \sigma_m = 50 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a = \frac{(\sigma_{max} - \sigma_{min})}{2} = \frac{(150 - (-50))}{2} \Rightarrow \sigma_a = 100 \text{ MPa}$$

a , b , c ve d noktaları yukarıdaki gibi her bir bölge için hesaplanıp, bu noktalar alternatif gerilme eksenini (dikey eksen) şekil 8.30b de görüldüğü gibi kesecek şekilde $\sigma_m = S_u$ noktasına düzgün çizgilerle bağlanır. Bu bize dört Goodman doğrusu verir. Fakat ömür hala bilinmemektedir.

Goodman doğrularının dikey eksen kestiği noktalar a' , b' , c' ve d' olsun. Goodmana göre a , b , c ve d noktaları ile a' , b' , c' ve d' noktaları aynı ömre tekabül ederler. Bu ömürler şekil 8.30c deki S-N eğrisinden bulunabilir. Burada a ve a' ne karşılık gelen ömür sonsuzdur.

Geriye kalan üç döngü için ise aşağıdaki işlem yapılır.

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} = \frac{4}{3.5 \times 10^6} + \frac{2}{2.0 \times 10^4} + \frac{1}{2.5 \times 10^3} = 0.0005011$$

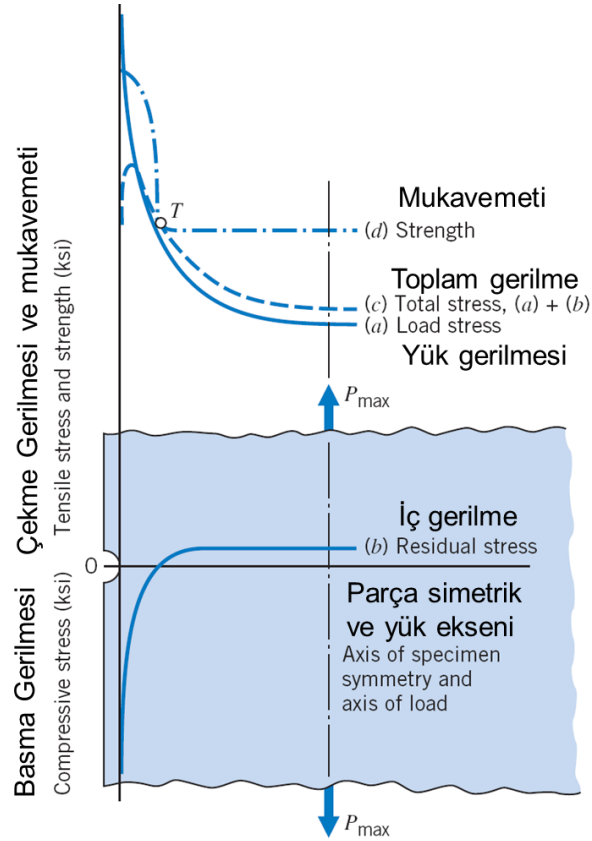
Buna göre tahmini ömür;

$$6 \frac{1}{0.0005011} = 11974 \text{ s} = 200 \text{ min} = 3.3 \text{ saat}$$

8.13 YORULMA DAYANIMINDA YÜZEY İŞLEMİNİN ETKİSİ

Yorulma kırılması genelde yüzeylerdeki bölgesel zayıflıkların olduğu yerlerde meydana geldiğinden yüzey işlemleri önem kazanmaktadır. Şu ana kadar yüzey etkileri, **yüzey sabiti** C_s ile hesaplamalara katılmıştır. Bu ve takip eden iki bölümde, değişik yüzey işlemlerinin sağladığı fayda iki madde ile verilebilir; 1) yüzey dayanımının, yüzey altındaki malzeme dayanımı ile karşılaştırılması 2) yüzey iç gerilmeleri. İlgi duyulan üç yüzey çeşidi de (geometrisi (düzgünlük), dayanımı ve iç gerilmeleri) bir şekilde bir biriyle ilgilidir.

Yüzey dayanımının etkilenmesi ve uygun bir yüzey iç gerilmesi oluşturmanın yolu şekil 8.31 de gösterilmiştir. Gerilmenin etkisi altındaki parçada, a eğrisi çentik etrafındaki gerilme dağılımını göstermektedir. Çentik yüzeyine basma kuvveti uygulandığında, b eğrisi arzu edilen iç gerilme gradyanını göstermektedir. Toplam gerilme c , a ve b eğrilerinin toplamına eşittir. Yüzey işlemlerinin sebep olduğu arzu edilen yüzey dayanımı artırımı, d eğrisi ile gösterilmiştir. Not: 1) basma iç gerilmeleri ve yüzey sertleştirme parçanın yük taşıma kapasitesini çok fazla artırır ve 2) potansiyel kırılma, yüzeyden yüzeyin altındaki T noktasına kaydırılmış olur. (c ve d eğrileri burada tanjanttır). Bunun anlamı, parçanın yük taşıma kapasitesi azaltılmadan, çalışma sırasında çentik yüzeyi bir şekilde bozulabilir (korozyon, çizilme gibi). Şekil 8.31 de açık şekilde daha başka bir fayda görülmemektedir.



Şekil 8.31 Yüzeyi Sertleştirilmiş ve Eksenel Yüke Maruz Çentikli Parçanın Gerilme ve Mukavemet Gradyanları

Genelde çentikli imal edilmiş parçalara uygulanan yüzey işlemleri, parçaların mukavemetini artırmaktadır. Fakat eksenel yük altındaki çentiksiz parçalarda yüzey işlemleri, parçanın mukavemetini pek artırmamaktadır. Eğer yüzey işlemesi çok kötü olursa o zaman daha etkili olur. Eğilme ve burulma etkisindeki az çentikli parçalarda, yüzey işlemleri parçanın yük taşıma kapasitesini artırmaktadır. Örneğin; şekil 8.31 deki parçanın yük taşıma kapasitesi yüzey sertleştirilmesi ve yüzey iç gerilmelerin oluşturulmasıyla %60 artırılmıştır.

Takip eden birkaç temel maddeyle, yüzey işlemlerinin (sertleştirilmesinin) yorulmaya katkısı daha iyi anlaşılabilir. Mühendisler her zaman dinamik yük altındaki parçaları tasarlarken bazı kaygıları (endişeleri) vardır.

1. Yorulma kırılmasına sebep olabilecek tüm yerel yüksek gerilmelerin olabileceği alanların belirlenmesi.
2. Gerilme konsantrasyonunu azaltmak için tasarımın tekrar gözden geçirilmesi; örneğin: yüksek gerilme bölgesinin nominal gerilmenin düşük olduğu bölgeye kaydırılması,
3. Özellikle yüzey işlemesine C_s bölgesinde ilgi gösterilmeli.
4. Potansiyel kritik gerilme artmasına karşılık yüzey tabakasını sertleştirmek ve basma iç gerilmelerini oluşturmak için parçanın imalatı sırasında ne yapılabilir.

8.14 MEKANİKİL YÜZEY İŞLEMLERİ BİLYALI YÜZEY DÖVME VE DİĞERLERİ

Mekanikıl yüzey işlemleri, malzeme yüzeyinin soğuk şekillendirilmesiyle yapılır. Bu işlemler, malzemenin yüzeyinde iç gerilmeler oluştururken, malzemenin özelliklerine bağlı olarak da belli oranda yüzey sertleştirmesi oluşturur. Eğer yüzey işlemi öncesinde yüzey parlatılmamış ya da hassas taşlanmamış ise, genelde soğuk yüzey işleminden sonra yüzeyin görünümü daha düzgündür.

Soğuk şekillendirmede en çok kullanılan yöntem **bilyalı yüzey dövme** yöntemidir. Bu yöntem yayların, millerin, dişlilerin, aksların, birleştirme kollarının ve birçok makine elamanının yüzey sertleştirilmesinde kullanılır. Bu yöntemde sertleştirilecek yüzey dönmekte olan veya havalı püskürtücüden yüksek hızla çıkan çelik ya da demir bilyelerin çarpmasına maruz kalır. Bu işlemin sonucunda yüzey hafifçe dövülmüş veya gravürlenmiş yüzey nedeniyle parçanın kalınlığında azalma ve buna bağlı olarak da parçanın yüzeyinin artmasına neden olur. Yüzey altındaki malzeme yüzeyin büyümesine direnç gösterdiğinden, yüzeyde iç gerilmeler oluşturur. Sıkıştırılmış olan yüzeyin kalınlığı genelde bir milimetreden daha azdır. En yüksek iç gerilme hemen yüzeyin altında oluşur ve genelde akma gerilmesinin yarısı kadardır. Bu değeri artırmak için, malzemeye çekme gerilmesi uygulanır ve bu şartlarda yüzey sertleştirilmesi yapılır. Bu yöntem **uzamada bilyeli yüzey dövme (strain peening)** denir.

Çeliklerde akma sınırı değeri dayanma limitinin büyük bir oranına eşit olduğundan (çeliklerde akma sınırı yüksek olduğundan), bilye ile yüzey sertleştirmesi çok daha efektif olur. Bunun anlamı; yüzeyde oluşturulan iç gerilmeler büyük yük uygulamasıyla oluşturulan gerilmeler tarafından ancak eşitlenebilir. Şekil 8.6 da bilyeli yüzey dövme metoduyla sertleştirilen malzemenin dayanma gücünün nasıl arttığı görülmektedir.

Bazen yüzey sertleştirilmesi **soğuk haddeleme (cold rolling)** metoduyla da yapılmaktadır. Burada parça sertleştirilirken dönen diskler arasından yüzeye basınç uygulanarak geçirilir. Bu yöntem yine basma iç gerilmelerini yüzeyin bir milimetre yada daha fazla derinliklerine kadar oluşturur. Soğuk haddeleme metodu genelde küçük büyük tüm makine elemanlarına uygulanabilmektedir. Presle birleştirilen mil ve göbek uygulamalarında, milin yüzey sertleştirilmesinin yorulma dayanımını daha çok artırdığı için soğuk haddeleme yöntemiyle yapılması tercih edilir. Uygun malzeme seçilir ise soğuk haddeleme yöntemi kullanılarak cıvata, mil kamaları hatta dişli bile imal edilebilir.

Yüzey işlemlerinde başka bir yöntem ise **basma (coining)** yöntemidir. Bu yöntem bozuk para basmada da kullanıldığı gibi, büyük boyutlu bilyeleri veya makine parçalarını deliklere basarak delikte ve yüzeyde basma iç gerilmeleri oluşturarak parçanın yorulma mukavemetinin artmasına katkıda bulunur.

Herhangi bir değer yok ise, **bilyalı dövme veya diğer yöntemlerle yüzey işlemi yapılmış parçalar için, yüzey işlemesi ne olursa olsun, yüzey faktörünü (C_s) bir almak konservatif bir yaklaşım olur.**

8.15 ISIL VE KİMYASAL YÜZEY SERTLEŞTİRME İŞLEMLERİ (İNDÜKSİYON SERTLEŞTİRMESİ, KARBONLAMA VE DİĞERLERİ)

Genelde ısıtıl ve kimyasal yüzey sertleştirilmeleri aşınmayı azaltmaya karşı yüzeyin direncini artırma amaçlı olup, aynı zamanda yorulma dayanımını da artırır.

Endüksiyon yada ateşle yüzey işleminde çelik malzemede çok fazla bulunan karbon yüzeyin sertleşmesine ve malzemenin yorulma dayanımının artmasına neden olur. En fazla etki çentikli ve kademeli parçalarda görülüp, kırılma dayanımı iki katından daha fazlaya çıkar.

Kimyasal yüzey işlemleri genelde yüzey karbonlama ve nitrürleme olup bu işlemler belli bir sıcaklıkta gerçekleştirilir. Yüzeyin sertleşmesi ve oluşan basma iç gerilmeleri sayesinde malzemenin yorulma dayanımı etkili olarak artar. Tablo Aşağıdaki tabloda görüldüğü üzere, nitrürleme gerilmelerin iki katından fazla artmasına neden olmaktadır.

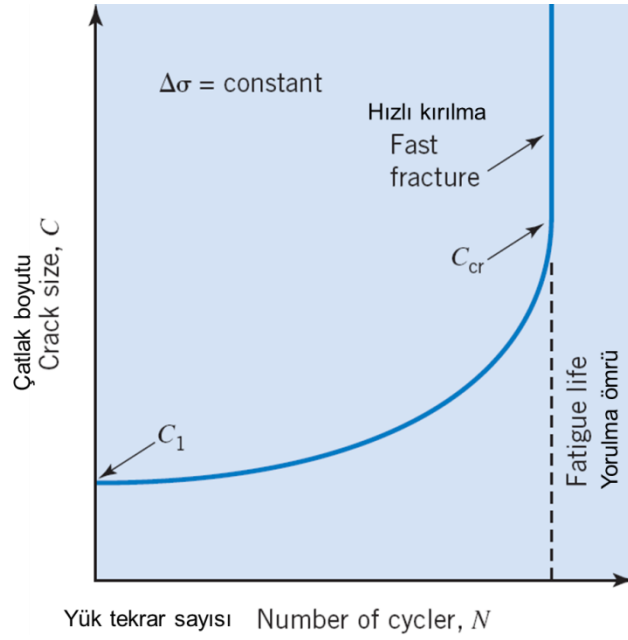
	Dayanma Limiti (ksi)	
	Nitrürlenmiş	Nitrülenmemiş
Noçentik	90	45
Yarım daire çentik	87	25
V Çentik	80	24

8.16 YORULMA CATLAK BÜYÜMESİ

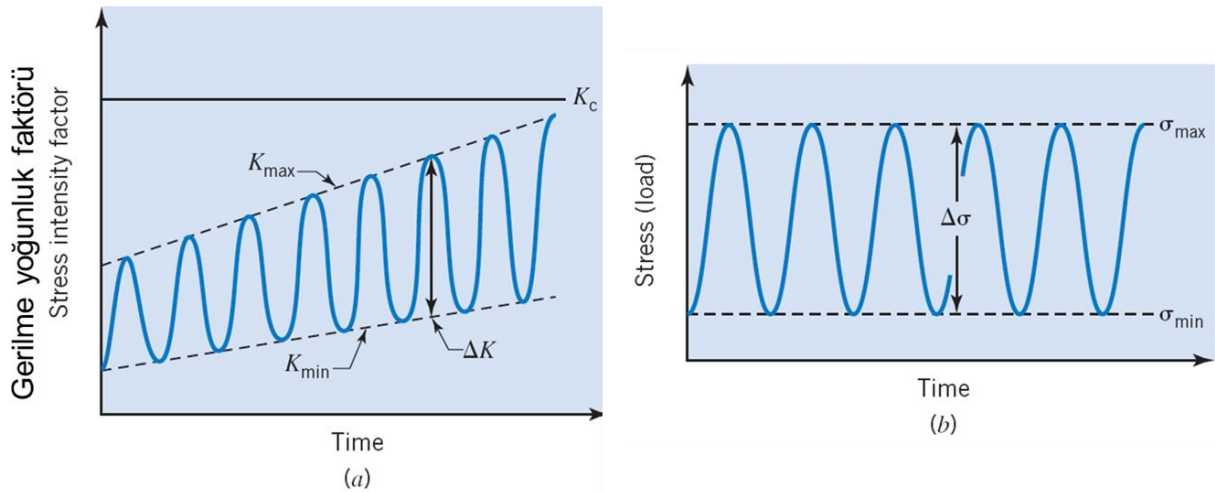
Bölüm 6 da kırılma mekaniğinin temel konsepti anlatıldı ve kırılma, kırılma gerilme yoğunluğu faktörü, K , nın kritik gerilme yoğunluğu, K_c yi geçtiği zaman oluştuğu izah edildi. (çekme için mod I kırılması K_I , K_{Ic} yi geçtiğinde oluşur).

Burada yorulma ilerlemesinin tekrar eden yükleme altındaki çatlak büyümesiyle ilgili incelenecektir. Başlangıçta c_1 boyundaki bir çatlağın, kritik c_{cr} boyutuna ulaşmasının prosesi şekil 8.32 de gösterilmiştir. Çatlağın yük tekrar sayısının artmasıyla ilerlediği bilinmektedir. Buda parçanın kırılma eğilimini artırmaktadır. Parçada bulunan küçük bir çatlak (0.004 inç = 0.104 mm) çekme kuvveti ve tekrar eden yükleme altında iken çatlak büyümesi, çatlak boyutu kritik boyuta ulaşınca kadar kontrol edilebilir. Bu noktadan sonra yükleme devam ettiğinde, çatlak büyümesi kontrol edilemez ve çok hızlı büyüyerek kısa sürede kırılmaya neden olur.

Şekil 8.33a ve 8.33b gerilme yoğunluğunun $\Delta K = K_{max} - K_{min}$ ve gerilme aralığı $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$, arasındaki ilişkinin orantısını göstermektedir. Burada $K_{min} = \sigma_{min}Y\sqrt{\pi c}$, $K_{max} = \sigma_{max}Y\sqrt{\pi c}$ ve $\Delta K = \Delta\sigma Y\sqrt{\pi c}$. Burada tekrar denebilir ki, yorulma ömrü en çok gerilmenin ortalama ve alternatif bileşenlerine, gerilme yoğunluğunun aralığına orantılı olan gerilmenin büyüklüğüne ve aralığına bağlıdır. Başlangıçta belli bir malzemede boyutu c_1 olan çatlak için, eğim dc/dN gerilme yoğunluğu faktörünün aralığına $\Delta K = K_{max} - K_{min}$ bağlıdır. Tekrar, $K_I = \sigma Y\sqrt{\pi c}$.



Şekil 8.32 Sabit $\Delta\sigma$ İçin Çatlak Boyutunun Yük Tekrar Sayısıyla Değişimi

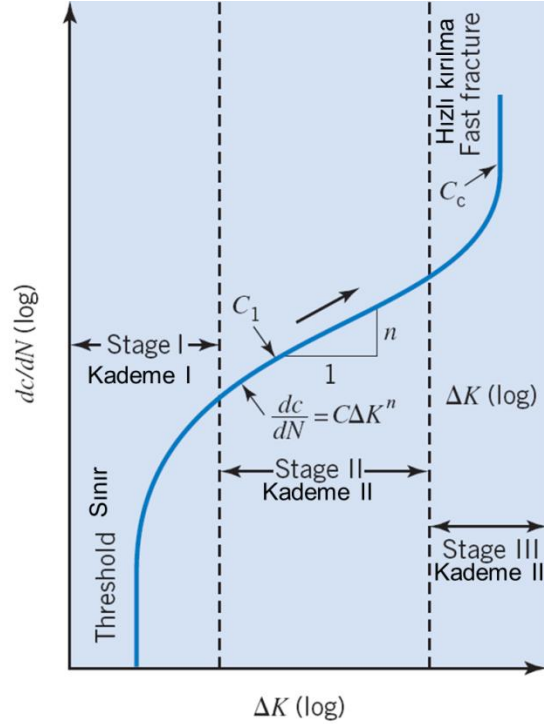


Şekil 8.33 Sabit Değerde Değişen Gerilme İçin Gerilme Yoğunluğunun Zamanla Değişimi, $\Delta\sigma$ Burada; $K_{min} = \sigma_{min}Y\sqrt{\pi c}$, $K_{max} = \sigma_{max}Y\sqrt{\pi c}$ ve $\Delta K = \Delta\sigma Y\sqrt{\pi c}$. Tüm K Parametreleri Çatlak Boyutu İle Artar. b) Tekrar eden Gerilme İçin Gerilmenin (Yükün) Zamanla Değişmesi

Şekil 8.34 çatlak ilerleme oranının ΔK ile değişimini göstermektedir. Çatlak ilerleme oranı veya çatlak büyüme oranı alternatif yük tekrarı ile artar ve dc/dN tarafından belirlenir. Burada c çatlak boyutudur. Belli bir malzeme için, gerilme yoğunluğu aralığı, ΔK , üç kademedan oluşmuş sigmoid (s biçiminde) bir eğri ile gösterilen dc/dN ye bağlıdır. Kademe I, **başlangıç (initiation)**, çatlak büyümesi, gerilme yoğunluğu aralığının sınır değerini geçmesini gerektirir. Başlangıçtaki büyüme için ilk mekanizma tane sınırlarındaki yarılmaya (çatlamaya) bağlıdır. Kademe II, **sabit ilerleme (stable propagation)**, çatlak büyüme oranının yoğunluk aralığı ile değişimi yaklaşık olarak düzgündür. Bu çatlak için önemli bir kademe olup, çatlak düzgün olarak büyür. Kademe II deki eğri Paris denklemi ile tarif edilebilir.

$$dc/dN = C \Delta K^n \quad (8.4)$$

Burada, dc/dN : çatlak büyüme oranı, C ve üs n : sabit malzeme özellikleri olup literatürde mevcuttur.



Şekil 8.34 Sabit $\Delta\sigma$ İçin, Üç Kademe Çatlak Büyümesinin dc/dN nin ΔK ile Değişimi

Kadem II de belli bir çatlak büyüme oranı için, $(dc/dN)_0$, buna bağlı gerilme yoğunluğu aralığı, $(\Delta K)_0$, vardır. Buradan C sabiti: $C = (dc/dN)_0 / (\Delta K)_0^n$.

Kademe III, **dayanıksızlık (instability)**, çatlak kritik çatlak boyuna ulaşmaya başlamıştır fakat hala makine elemanının belli bir ömrü vardır. Bu dayanıksızlık yıkım saldır ve kademe III başladıktan hemen sonra aniden gelişir.

Denklem 8.4 motife edilerek, aşağıdaki gibi kademe II ve III ü temsil edecek tek bir ampirik formül haline getirilebilir.

$$\frac{dc}{dN} = \frac{C \Delta K^n}{\left[1 - \left(\frac{K_{max}}{K_c}\right)^n\right]} \quad (8.5)$$

Denklem 8.5 de $K_{max} \ll K_c$ ise, $\left[1 - \left(\frac{K_{max}}{K_c}\right)^n\right]$ terimi 1 re yanaşır ve böylece denklem 8.5 Kademe II yi temsil eder. Eğer K_{max} , K_c ye yanaşır ise, o zaman dc/dN sonsuza yanaşır ki buda kademe III ü temsil eder.

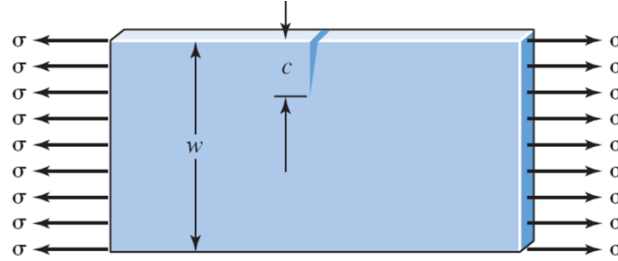
Denklem 8.5 in integrali makine elemanının ömrünü verir. ΔN_{12} yük tekrarı, Çatlağın c_1 den c_2 ye kadar büyümesi esnasında geçen zamandır. Formülde $\alpha = c/\omega$ olup normalleştirmede;

$$\left[\left(\frac{\Delta N_{12}}{\omega} \right) \left(\frac{dc}{dN} \right)_0 \right] \left[\Delta \sigma \frac{\sqrt{\pi \omega}}{\Delta K_0} \right]^n = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (Y \sqrt{\alpha})^{-n} d\alpha - (Y_{cr} \sqrt{\alpha_{cr}})^{-n} (\alpha_2 - \alpha_1) \quad (8.6)$$

Burada; α_{cr} , K_c ye ve $\alpha_2 \leq \alpha_{cr}$ ye bağılı kritik çatlak boyutunun normal ize edilmiş halidir. Düzlem uzama şartları için $K_c = K_{Ic}$.

Denklem 8.6'nın integrali alındıktan sonra makine elemanının ömrünü (çatlak büyümesi sırasında geçen zamanı) bulmak için çözülür. Tanımlama (belirleme) faktörü çatlak boyutunun bir fonksiyonudur ($Y = Y(\alpha)$). Normalize edilmiş çatlak boyutu α_1 ve α_2 ile sınırlanmıştır. Denklem 8.6 da ki integral sayısal olarak alınabilir. Burada ω değeri gerekli değildir ve parantez, [], içindeki her terim boyutsuzdur. İntegralin kapalı çözümü olmayıp, grafik yöntem belki kullanılabilir.

Problem 7: Şekil 8.35 de görüldüğü gibi uzun ve dar bir parçaya çekme kuvveti uygulanmaktadır. Parçanın kenarında bir çatlak mevcut olup, malzeme Paris denkleminde uygun olup $n = 4$. Parçanın çatlak büyüme oranı $(dc/dN)_0 = 1\text{mm}/10^6$ yük tekrarı olup, bu gerilme yoğunluğu aralığı olan $(\Delta K)_0 = 5 \text{ Mpa}\sqrt{\text{m}}$. Parçanın w genişliği 30 mm. Konfigürasyon faktörü yaklaşık olarak $Y = Y_0/(1 - a) = 0.85/(1 - a)$ olup burada $a = c/\omega$. Parça silindirik olarak değişen tek eksenli çekme gerilmesine maruz kalıp çekme gerilmesi: a) 0 MPa ile 40 MPa ve b) 80 MPa ile 100 MPa . Çatlakın 6 mm den 15 mm ye ulaşması için gerekli yük tekrar sayısını bulunuz.



Şekil 8.35

Verilenler: $n = 4$, $(dc/dN)_0 = 1\text{mm}/10^6$, $(\Delta K)_0 = 5 \text{ Mpa}\sqrt{\text{m}}$, $w = 30 \text{ mm}$, $Y = Y_0/(1 - a) = 0.85/(1 - a)$ burada $a = c/\omega$, a) 0 MPa ile 40 MPa ve b) 80 MPa ile 100 MPa . $c_1 = 6 \text{ mm}$, $c_2 = 15 \text{ mm}$

İstenenler: a) 0 MPa ile 40 MPa için ΔN_{12} ve b) 80 MPa ile 100 MPa için ΔN_{12}

Kabuller:

1. Dar parça üzerindeki gerilme çatlakla normal yöndedir.
2. Y konfigürasyon faktörü α aralığı için doğrudur.
3. Gerilme yoğunluğu parçanın kırılma sertliğinden azdır.
4. Çatlakın büyümesi düzgündür.

Çözüm:

Denklem 8.6'nin integrali alındıktan sonra makine elemanının ömrünü (çatlak büyümesi sırasında geçen zamanı) verdiğinden bahsedilmiştir.. Denklem 8.6

$$\left[\left(\frac{\Delta N_{12}}{\omega} \right) \left(\frac{dc}{dN} \right)_0 \right] \left[\Delta \sigma \frac{\sqrt{\pi \omega}}{\Delta K_0} \right]^n = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (Y \sqrt{\alpha})^{-n} d\alpha - (Y_{cr} \sqrt{\alpha_{cr}})^{-n} (\alpha_2 - \alpha_1)$$

Konfigürasyon faktörü problemde verilmektedir. $Y = Y(\alpha) = Y_0/(1 - \alpha) = 0.85/(1 - \alpha)$

İntegrali I ile gösterelim.

$$I = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (Y \sqrt{\alpha})^{-n} d\alpha = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{1}{(Y \sqrt{\alpha})^n} d\alpha = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{1}{\left(\frac{Y_0}{(1 - \alpha)} \sqrt{\alpha} \right)^4} d\alpha = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left(\frac{1 - \alpha}{Y_0} \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \right)^4 d\alpha$$

$$I = \frac{1}{Y_0^4} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{1 - 4\alpha + 6\alpha^2 - 4\alpha^3 + \alpha^4}{\alpha^2} d\alpha = \frac{1}{Y_0^4} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{4}{\alpha} + 6 - 4\alpha + \alpha^2 \right) d\alpha$$

$$I = \frac{1}{Y_0^4} \left(\left| -\frac{1}{\alpha} - 4 \ln \alpha + 6\alpha - 2\alpha^2 + \frac{1}{3} \alpha^3 \right|_{\alpha_1}^{\alpha_2} \right)$$

Problemde: $\alpha = c/\omega \Rightarrow \alpha_1 = 6/30 = 0.20$ ve $\alpha_2 = 15/30 = 0.50$ Buradan;

$$I = \frac{1}{(0.85)^4} \left[\left(\frac{1}{0.2} + 4 \ln(0.2) - 6(0.2) + 2(0.2)^2 - \frac{1}{3}(0.2)^3 \right) + \left(-\frac{1}{0.5} - 4 \ln(0.5) + 6(0.5) - 2(0.5)^2 + \frac{1}{3}(0.5)^3 \right) \right]$$

$$I = 1.916[(-2.56) + (3.314)] \Rightarrow I = 1.445$$

Denklemdeki son terim çok küçük olduğundan ihmal edilebilir.

Problemde $\omega = 30 \text{ mm} = 0.03 \text{ m}$; $(dc/dN)_0 = 1 \text{ mm}/10^6$; $(\Delta K)_0 = 5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$; $n = 4$

a) $\Delta \sigma = 40 \text{ MPa} - 0 \text{ MPa} = 40 \text{ MPa}$;

$$\left[\left(\frac{\Delta N_{12}}{\omega} \right) \left(\frac{dc}{dN} \right)_0 \right] \left[\Delta \sigma \frac{\sqrt{\pi \omega}}{\Delta K_0} \right]^n = I$$

$$\left[\left(\frac{\Delta N_{12}}{30 \text{ mm}} \right) \left(\frac{1 \text{ mm}}{10^6 \text{ yük tekrarı}} \right) \right] \left(40 \text{ MPa} \frac{\sqrt{\pi(0.03 \text{ m})}}{5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}} \right)^4 = 1.445$$

$$\Delta N_{12} = 1.191 \times 10^6 \text{ yük tekrarı}$$

b) $\Delta \sigma = 100 \text{ MPa} - 80 \text{ MPa} = 20 \text{ MPa}$;

$$\left[\left(\frac{\Delta N_{12}}{\omega} \right) \left(\frac{dc}{dN} \right)_0 \right] \left[\Delta \sigma \frac{\sqrt{\pi \omega}}{\Delta K_0} \right]^n = I$$

$$\left[\left(\frac{\Delta N_{12}}{30 \text{ mm}} \right) \left(\frac{1 \text{ mm}}{10^6 \text{ yük tekrarı}} \right) \right] \left(20 \text{ MPa} \frac{\sqrt{\pi(0.03m)}}{5 \text{ MPa}\sqrt{m}} \right)^4 = 1.445$$

$$\Delta N_{12} = 19.06 \times 10^6 \text{ yük tekrarı}$$

8.17 YORULMA TASARIMINA GENEL YAKLAŞIM

8.17.1 BASİT DURUMLAR İÇİN YORULMA KİRİTERLERİNİN KISA TEKRARI

Ortalama, alternatif ve burulma yüklerinin tek başlarına veya kombinasyonlarının yüksek sayıdaki yük tekrarının yorulma dayanımına etkileri incelenmişti. Burada ise daha basit yüklemelerin yorulmaya etkisine bakılacaktır.

1. **Statik yükleme için;** sabit yük altındaki sünek malzemenin akma sınırını bulmak için maksimum şekil değiştirme teorisi yeterli sonucu vermektedir. Sabit yük için $\sigma_m \neq 0$ ve $\sigma_a = 0$. Bu durum $\sigma_a = 0$ olduğu yerdeki özel bir gerilme durumudur. Emniyet katsayısı, $SF = S_y / \sigma_m$.
2. **Alternatif yükleme için;** burada da maksimum şekil değiştirme teorisi sünek malzeme için yorulmada yeterli sonucu vermektedir. Tekrar eden yüklemedeki S-N diyagramı yorulma dayanımının yük tekrar sayısı ile değişimi olarak verilir. Bu şart $\sigma_m = 0$ olduğu yerdeki dalgalanma gerilmelerinin özel bir durumudur. Tekrar eden yükte $\sigma_a \neq 0$ ve $\sigma_m = 0$.
3. **Alternatif artı ortalama yüklerim kombinasyonu için;** sünek malzemelerin yorulma kırılmasını belirleyebilmek için, parçanın sabit ömür yorulma diyagramına bakılır. Şekil değiştirme (distortion) eşdeğer alternatif gerilmeyi, σ_{ea} , ve eşdeğer ortalama gerilmeyi, σ_{em} , hesaplar. Bu metodu kullanarak sadece eşdeğer ortalama gerilmeyi hesap etmek doğru bir yöntem değildir. Her iki eşdeğer gerilme birlikte hesap edilmelidir.
4. **Mod I deki çatlak büyümesi;** Hızlı çatlak büyümesi sonucunda oluşan kırılma için emniyet katsayısı $SF = K_{Ic} / K_I$. Kritik çatlak boyu $K_{Ic} = \sigma_{max} Y \sqrt{\pi c_{critical}}$. Parçanın çatlak büyümesi süresince olan ömrü denklem 8.6'nın integrali alınarak hesaplanır.

8.17.2 YORULMA ANALİZ METOTUNUN GÖZDEN GEÇİRİLMESİ

Çok basit düzeyde bakıldığında yorulma analizinin üç temel prensibi vardır.

1. Parçanın veya malzemenin yorulma dayanımını belirlemek.
2. Gerilmeleri belirlemek.

3. Tahmini ömür için dayanım ve gerilme arasındaki *ilişkiler* için emniyet katsayısını belirlemek.

Eğilme için sabit ömür yorulma dayanımı diyagramı (σ_m , σ_a eğrisi) ilgili olduğu makine elemanını temsil eder. Bu diyagram makine elemanının malzeme, boyutlar, sıcaklık, dayanıklılık ve yorulma ömrüyle ilgili özelliklerini içermektedir.

Grafik takip eden gerilmeleri içermektedir; 1) eşdeğer alternatif eğilme gerilmesi ve 2) eşdeğer ortalama eğilme gerilmesi

Gerilme konsantrasyon faktörü K_f , her bir makine elemanının alternatif ve ortalama gerilmelerini bulmak için hesaplanan gerilme değerleri kendine ait K_f faktörüyle çarpılır.

Alternatif artı ortalama yük kombinasyonu için dayanım (mukavemet) ve gerilme arasındaki ilişki sünek malzemenin yorulma dayanımı için uygulanmıştır.

8.17.3 KIRILMA MEKANIĞI METOTUNUN GÖZDEN GEÇİRİLMESİ

Çok basit düzeyde bakıldığında kırılma mekaniği analizinin üç temel prensibi vardır.

1. Parçanın veya malzemenin kırılma zorluğunu (*mukavemetini*) temsil eder.
2. Gerilme yoğunluğunu (*gerilmeleri*) temsil eder
3. Tahmini ömür için kırılma zorluğu ve gerilme yoğunluğu arasındaki *ilişkiler* için emniyet katsayısını belirler

Kırılma zorluğu direk olarak malzeme, boyutlar, yüzey, sıcaklık, güvenilirlik ve ömür ile ilgilidir. Gerilme yoğunluğu faktörü parçanın yüklemesi ve geometrisiyle uygundur. Emniyet katsayısı $SF = K_{Ic}/K_I$ ve yorulma çatlak büyümesi denklem 8.6 ile hesaplanır.

Parça için gerilme yoğunluğu hesaplanabilir ve malzeme için kırılma zorluğu ile karşılaştırılır. Bu değerler, gerilme yoğunluğu faktörü, $K_I = \sigma Y \sqrt{\pi c}$, kırılma zorluğu $K_{Ic} = \sigma_{max} Y \sqrt{\pi c_{critical}}$ ile karşılaştırılır. Değerlerin büyüklüğü çatlak büyümesinin tehlikesini gösterir.

8.17.4 YORULMA ANALİZİ İLE KIRILMA MEKANIĞI METOTUNUN KISAÇA KARŞILAŞTIRILMASI

Yorulma analizi parçanın kırılmadan görevini yerine getirmesi için yapılır. Sonsuz ömür için tasarım yaparken çentik duyarlılığı, gerilme konsantrasyonu ve S-N diyagramları kullanılır. Yorulma analizi emniyet katsayısı, yük tekrara sayısı, gerilme, parçanın şekli ve gerekli mukavemet için gerekli hesaplar yapılır.

Kırılma mekaniği parçanın çatlak büyümesine neden olmadan (kırılmadan) görevini yerine getirmesini sağlar. Çatlak büyümesi faktörü hesaplanarak parçanın ömrü belirlenir. Kırılma

mekaniki parçanın emniyetini, geri kalan ömrünü, çatlağın büyüme hızını ve kritik çatlak boyutunu hesaplar.

Kırılma mekaniki için olan sabitler yorulma dayanımı için olanlardan çok daha azdır.

8.17.5 YORULMA ANALİZİNDE GENEL METOTU

Bu bölümde anlatılan yorulma dayanımı metodu, Çok sayıdaki gerçek yorulma problemlerinin çözümünde kullanılır. Tek ve iki eksenli yükleme veya gerilme değişiminin yüksek yük tekrarında yorulması için ortalama ve alternatif gerilmelerin hesabı genelde üç temel adımda gerçekleştirilir.

1. Şekil 8.16 da ki gibi parçanın sabit ömür yorulma diyagramını (Goodman doğrularını) uygun yük tekrar sayıları için çizilir.
- 2a. Değişik yüklemelerin (eğilme ve burulma gibi) aynı anda uygulandığı makine elemanlarında oluşan eşdeğer gerilmeleri hesaplanmadan önce, makine elemanına etki eden gerilmeler hesaplanıp, hesaplanan bu gerilme değerleri yorulma gerilmesi konsantrasyon faktörü (K_f) ile çarpılır.
- 2b. Şekil 8.16 da ki denklem a ve b yi kullanarak eşdeğer alternatif gerilmesi ve eşdeğer ortalama eğilme gerilmesi hesaplanır. Şekil değiştirme (distortion) teorisi kullanılarak iki eksenli alternatif gerilme, tek eksenli eşdeğer çekme gerilmesine transfer edilir. Mohr dairesi eşdeğer ortalama gerilmeyi hesaplamak için kullanılır.
3. Operasyon noktasını belirlemek ve emniyet katsayısını hesap etmek için, sabit ömür grafikleri üzerine eşdeğer alternatif ve eşdeğer ortalama eğilme gerilmeleri çizilir (bak örnek problem 4).

Gevrek malzemeler için aynı metot kullanılır. Sadece eşdeğer alternatif gerilme şekil değiştirme (distortion) teorisi kullanılarak tahmin edilmez. Alternatif yorulma mukavemeti için uygun $\sigma_1 - \sigma_2$ diyagramından bilinen eğilme mukavemetinin %80 ni kadar alınabilir.

Sadece ortalama ve alternatif kesme gerilmeleri mevcut ise (sadece burulma mevcut) örnek problem 3 takip edilir.

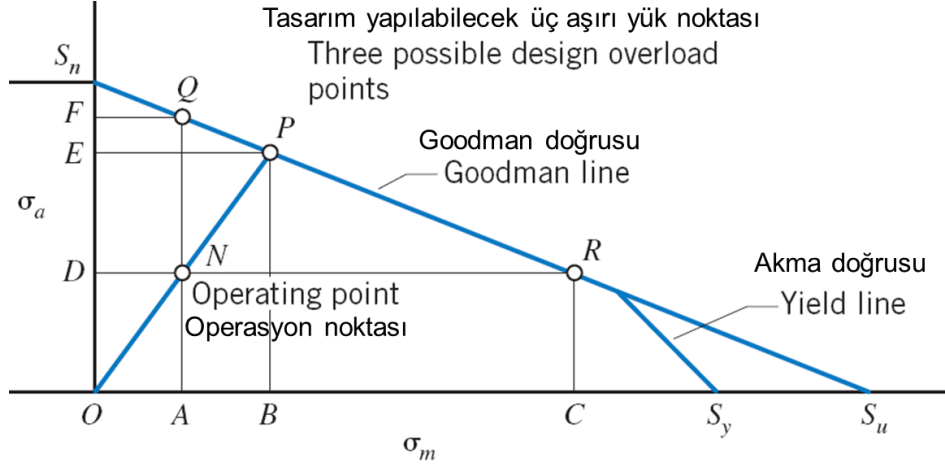
Çok boyutlu ortalama ve alternatif gerilmeler ile çok eksenli yorulmanın olduğu durumlarda burada verilen metotlar kullanılmayıp deneysel olarak parçanın ömrü tayin edilmeye çalışılmalıdır.

8.17.6 YORULMA KIRILMASI İÇİN EMNİYET KATSAYISI

Şekil 8.36 sabit ömür yorulma diyagramının çekme ve basma kısımlarını ve emniyet katsayısının grafikten nasıl elde edildiğini göstermektedir. Operasyon noktası N , parçada

kritik noktayı temsil edip, eşdeğer ortalama ve eşdeğer alternatif gerilmelerin kombinasyonunun uygulandığı gerilmeleri belirler.

N noktasındaki gerilme durumu için emniyet katsayısı gerilme durumunun çalışma sırasında yüklemenin artmasıyla nasıl değiştiğine bağlıdır.



Şekil 8.36 Yorulmada Emniyet Katsayısının Üç Etkileşimi

Şekil 8.36 da verilen makine elemanına ait sürekli ömür eğrilerindeki emniyet katsayısının hesaplanmasında üç değişik yorumlama yapılabilir. Şekilde işaretlenen Q, P ve R noktaları üç muhtemel tasarım noktasındaki **aşırı yükleri** göstermektedir. Operasyon noktası ve ilgili olarak operasyon yüklerinin sebep olduğu ortalama ve alternatif gerilmelerdir.

1. Eğer aşırı yük altında tekrar eden ve ortalama gerilmelerin ikisi de aynı yüzde oranında artması durumunda P noktası tasarımda kullanılabilir en büyük net gerilme noktası olmaktadır. Bu durumda emniyet katsayısı aşağıdaki denklem tarafından gösterilmektedir:

$$SF = OP/ON = OE/OD = OB/OA$$

2. Aşırı gerilme altında sadece gerilmenin tekrar eden birimi veya vektörü artarsa, Q noktası tasarımda kullanılabilir en büyük yük noktası olur. Bu durumda emniyet katsayısı aşağıdaki denklemdeki gibi hesaplanır.

$$SF = OF/OD$$

3. Sadece gerilmenin ortalama bileşeni aşırı yükleme sırasında artarsa R noktası tasarımda kullanılabilir en büyük yük noktası olur. Bu durumda emniyet katsayısı aşağıdaki denklemle hesaplanır.

$$SF = OC/OA$$

Aşırı aşırı yüklemenin nasıl gerçekleştirildiği bilinmiyor ise, emniyet katsayısı hesabında 1 inci yaklaşım uygulanır. Şekil 8.36 de 1 inci yaklaşımda emniyet katsayısı $SF = OP/ON \approx 2.0$. Bu aynı zamanda malzeme mukavemetinin (S_n , S_y ve S_u) ortalamasıdır. Operasyon istenilen sabit ömür çizgisi (Goodman doğrusu) üzerinde olmalıdır.

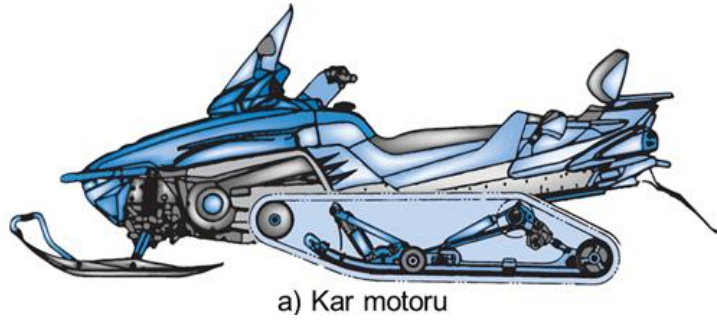
Emniyet katsayısı denklemleri sonsuz yorulma ömrü için emniyet katsayılarını verir. Düzeltilmiş dayanma limiti, S_n , emniyet katsayısı denkleminin doğasında mevcuttur. Sonlu ömür için, düzeltilmiş yorulma dayanımı, S_f , sonlu sayıdaki yük tekrar sayısında Şekil 8.36 da ki, S_n , ile değiştirilmelidir. Emniyet katsayısı ölçekli çizilmiş sabit ömür yorulma diyagramından tahmin edilebilir veya emniyet katsayısının analitik denkleminde hesaplanabilir.

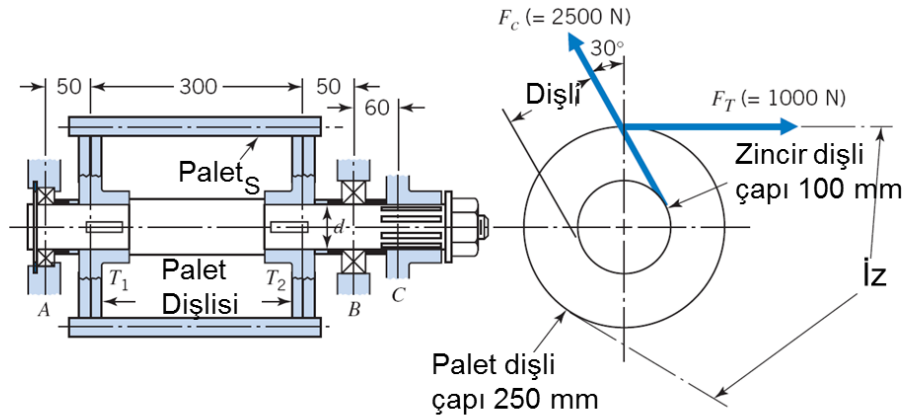
Grafik veya analitik metotla emniyet katsayısını hesap etmek için eşdeğer ortalama gerilmenin basma olduğu durumda σ_a/σ_m eğimi negatiftir.

Problem 8: Şekil 8.37 de görüldüğü gibi kar motorunun güç şaftı A ve B noktalarından motorun şasisine monte edilmiş olup, C noktasına zincir dişlisi monte edilmiştir. T_1 ve T_2 ise motorun paletini hareket ettirmektedir. Ana boyutlar şekil 8.37b üzerinde verilmiştir. Şaftı 20KW motor gücü ve 72 km/h motor hızı için boyutlandırın. Motorda ve zincirde yer değiştirmelerin olmadığını ve yatakların kendi kendini mile göre ayarladığını kabul edin. Tasarım yorulma mukavemeti temeli üzerine yapılmalıdır.

Verilenler: Şekilde mevcut, 20KW motor gücü, 72 km/h motor hızı

İstenen: Şaft tasarımı





b) Bağlantıların genel görünümü

Şekil 8.37a ve 8.37b

Bazı kararlar:

1. Şekil 8.37c milin önerilen tasarımını göstermektedir. Görüldüğü üzere zincir dişlisi dışarıya monte edilerek dişliye kolay ulaşım sağlanmıştır. Emniyet somunu ise şafta karşı sıkıştırılmıştır. (Somunun fazla sıkıştırılması, S noktasında statik ön gerilmeye neden olacağından şaftın yorulma mukavemetine negatif etki eder). Zincir dişlisine en yakın B yatağı en büyük yükü taşıyacağından, A noktasındaki yatağın her iki yöndeki eksenel yükleri taşıdığı kabul edilsin. Dişli ile mil arasındaki moment transferi kama ile sağlanmaktadır.
2. Milde, T_2 civarında oluşan büyük eğilme momenti nedeniyle başlangıç boyutları şekilde görüldüğü gibi seçilmiştir. (Bu bölgede kademe olması nedeniyle gerilme yoğunluğu göz önüne alınarak hesaplamalar yapılmalıdır.)
3. Mil için soğuk çekilmiş çelik seçilmiş olup, gerilme değerleri; $S_u = 530 \text{ MPa}$ ve $S_y = 450 \text{ MPa}$ dır.
4. $D/d = 1,25$ ve $r/d = 0,03$ ve de S noktasındaki hesaplamalarda K_f için yüksek değer alınması uygundur.
5. Emniyet katsayısı ise 2.5 alınabilir.
6. Standart yatak boyutları (standart rulman) seçilmelidir.

Kabuller:

1. Motor gücünün tamamı paletlere ulaşmaktadır.
2. Her iki taraktaki palete eşit olarak ve toplam gücün yarısı transfer edilmektedir.
3. A ve B noktalarındaki rulmanlı yataklar kendi kendini mile göre ayarlayabilen yataklardandır.
4. S ve B noktalarındaki gerilme yoğunluğu aynıdır.

Çözüm:

1. Motorun tüm gücünün paletlere transfer edildiğini kabul edersek Paletlere gelen kuvvet;

$$Güç(W) = Kuvvet(N) \times Hız \left(\frac{m}{s} \right) \Rightarrow F_T = \frac{\text{motor gücü (W)}}{Hız (m/s)} = \frac{20000}{20} = 1000 \text{ N}$$

Bu kuvvet eşit olarak T_1 ve T_2 dişlilerine dağılmaktadır.

2. Şekil 8.37b de moment alınırsa

$$F_C(50) - F_T(125) = 0 \Rightarrow F_C = 1000 \frac{125}{50} = \mathbf{2500\ N}$$

3. Kuvvet, kesme kuvveti ve moment diyagramları Şekil 8.37d de olduğu gibi çizilir. Dikey kuvvetler sadece $F_C \cos 30^\circ$ ve yatay kuvvetler ise $F_C \sin 30^\circ$ ve zincir dişlisine gelen kuvvetlerdir. O da $F_T/2$ dir. A ve B rulmanları kendi kendini ayarlayabildiği için moment almazlar.
4. Diyagramlardan anlaşılacağı üzere d için kritik yer S, B veya C olabilir. Kırılma S de olur çünkü B ve C pozisyonu yatak civarında olduğundan iyi desteklenmiştir. Fakat Şaftın çapının hesabında B deki kuvvet göz önünde bulundurulurken S deki gerilme yoğunluğu alınmalıdır.
5. K_f değerini bulabilmek için kademelerin geometrik oranı, yüzey pürüzlüğü ve malzeme Şekil 8.23 ve 8.24 den, $q = 0.7$ için $r = 1$ dir. Bu durumda eğilme ve burulma için grafiklerden gerilme konsantrasyon katsayıları (K_t) okunup, K_f değerleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$K_f = 1 + (K_t - 1)q$$

$$K_f = 1 + (2.25 - 1)0.7 = \mathbf{1.9\ eğilme\ için}$$

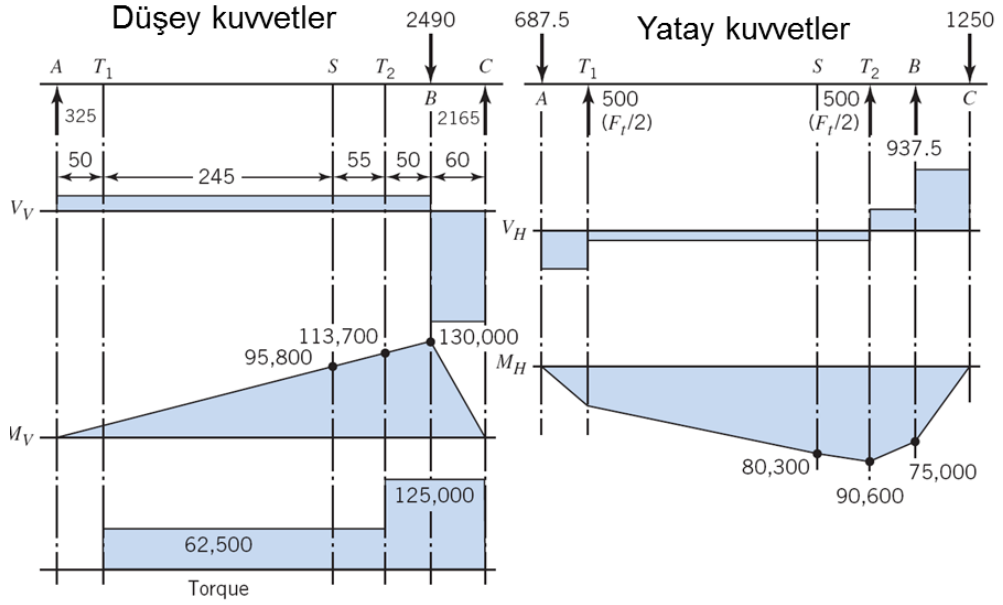
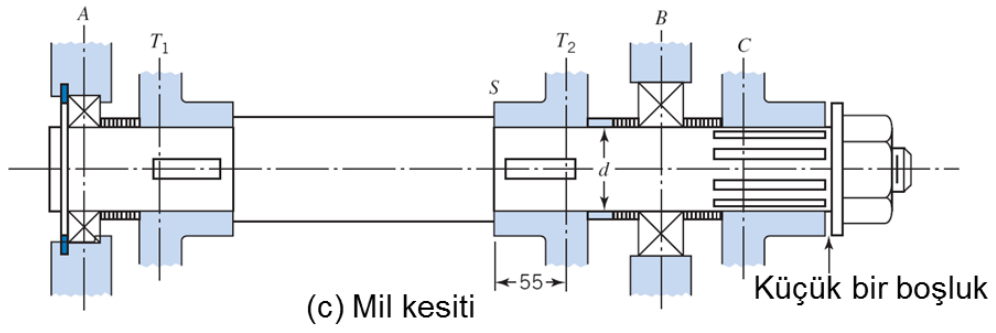
$$K_f = 1 + (1.8 - 1)0.7 = \mathbf{1.6\ burulma\ için}$$

6. İki değişik yüklemede eğilme için alternatif gerilme

$$\sigma_{ea} = \sigma = \frac{32M}{\pi d^3} K_{f(eğilme)} = \frac{32\sqrt{(130000)^2 + (75000)^2}}{\pi d^3} (1.9) \Rightarrow \sigma_{ea} = \frac{\mathbf{2.9 \times 10^6}}{d^3}$$

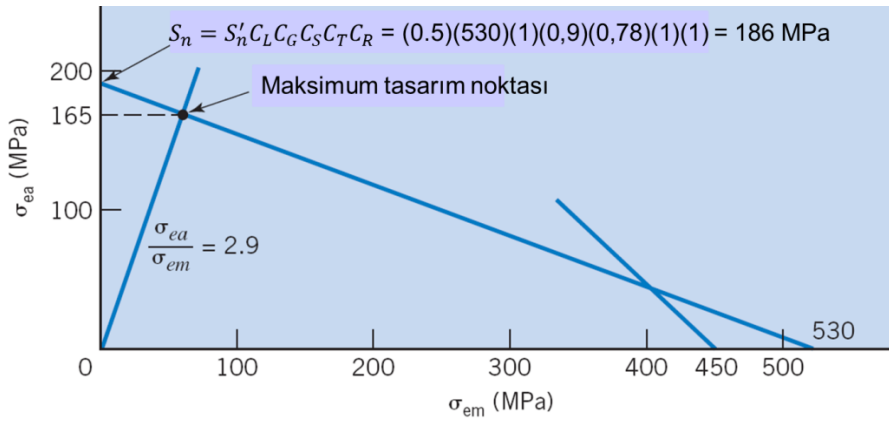
$$\sigma_{em} = \tau = \frac{16T}{\pi d^3} K_{f(burulma)} = \frac{16(125000)}{\pi d^3} (1.6) \Rightarrow \sigma_{em} = \frac{\mathbf{1.0 \times 10^6}}{d^3}$$

$$\frac{\sigma_{ea}}{\sigma_{em}} = \mathbf{2,9}$$



(d) Moment diyagramları

Şekil 8.37c ve 8.37d



(e) Yorulma Diyagramı

Şekil 8.37e

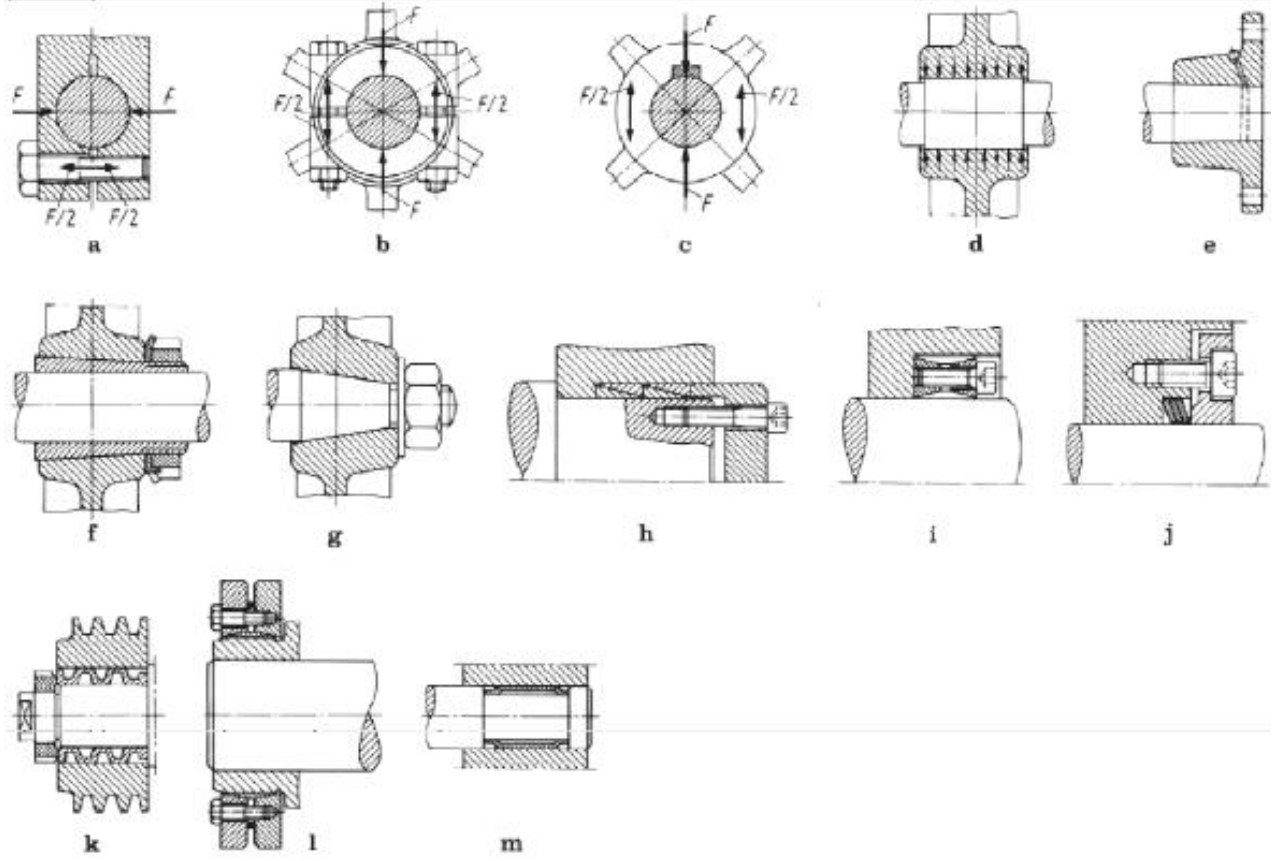
7. Şekil 8.37e yorulma mukavemeti için çizildiğinde σ_{ea} nin 165 MPa ile sınırlı olduğu görülür. Bu değer emniyet katsayısıyla birlikte kullanılmalıdır. Buna göre

$$\sigma_{ea} = \frac{2.9 \times 10^6}{d^3} (2.5) = 165 \text{ MPa} \Rightarrow d = 35.3 \text{ mm}$$

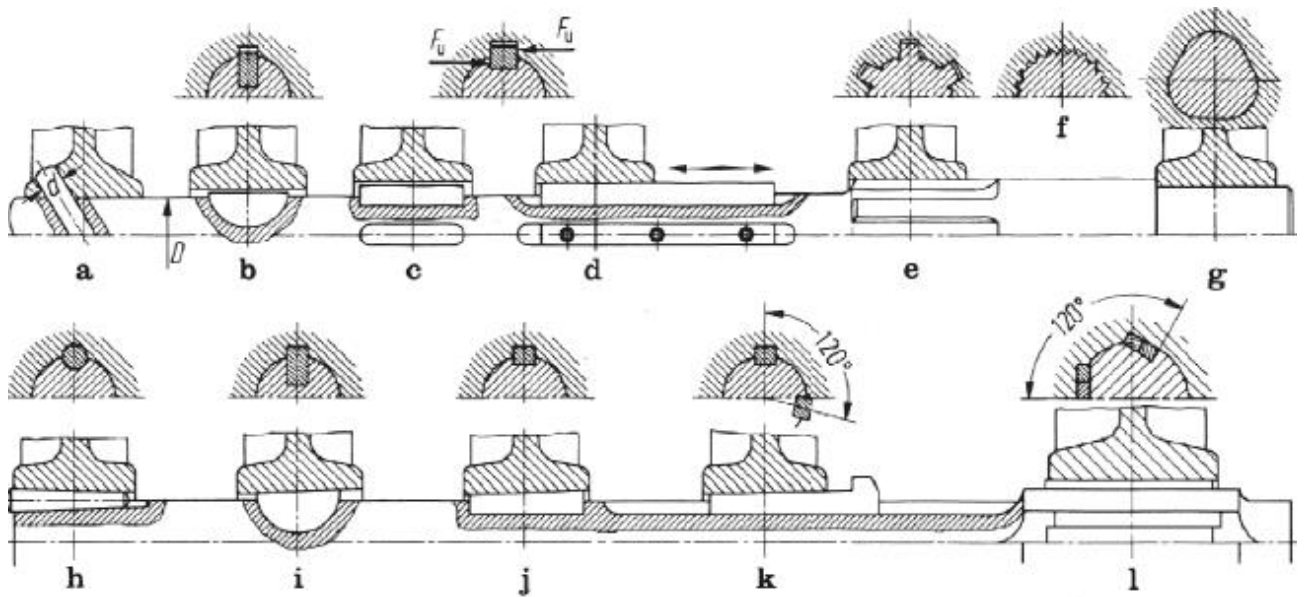
8. Burada $d = 35 \text{ mm}$ seçmek normaldir. Hatta $d = 40 \text{ mm}$ dahi seçilebilir. Daha sonra r/d oranından $r = 2 \text{ mm}$ bulunur.

5.13 MİL GÖBEK BAĞLANTILARI

Mil göbek bağlantıları genelde dönerek hareket ileten makine elemanlarının (dişli çark, kayış kasnağı, zincir çarkı, kavrama göbeği, vantilatör çarkı, fan gövdesi, türbin çarkı gibi) oluşturduğu bağlantılardır. Bu bağlantılar şekil 5.16 da görüldüğü gibi kuvvet bağlı ve şekil 5.17 de görüldüğü gibi şekil bağlı bağlantılar olarak iki ana kategoriye ayrılabilirler.



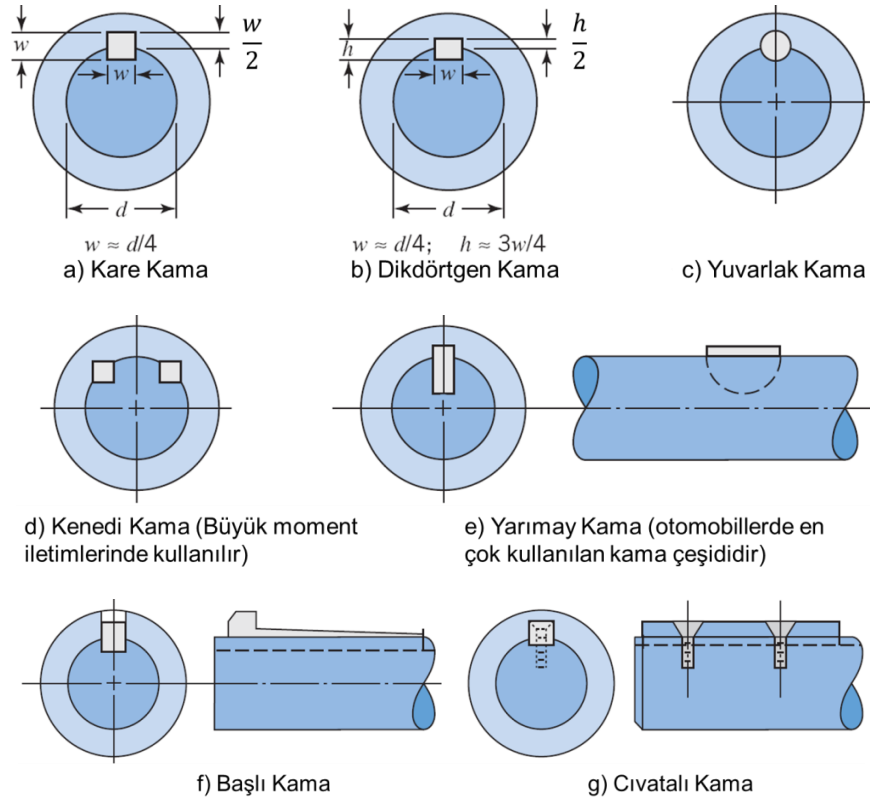
Şekil 5.16 Kuvvet Bağlı Mil, Şaft ve Aks Bağlantıları



Şekil 5.17 Şekil Bağlı Mil, Şaft ve Aks Bağlantıları

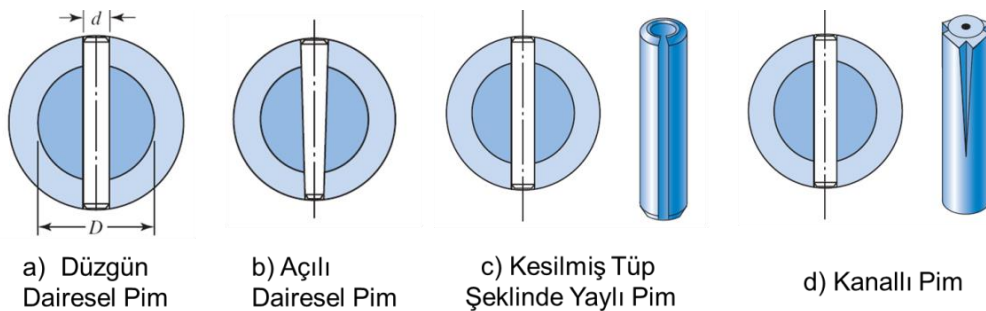
5.7 MAKİNE ELEMANLARININ MİLLER, ŞAFTLAR VE AKSLARA MONTE EDİLMESİ

Bazen dişli fakat genelde kamlar mil ile bir bütün olarak imal edilirler (kam mili). Fakat çoğu zaman dişliler, zincir dişlileri ve kasnaklar bağımsız olarak imal edilip mil/şaft/aks üzerine bazı makine elemanları kullanılarak monte edilirler. Makine elemanının mil/şaft/aks ile temas ettiği bölgeye **göbek (hub)** denir ve göbek mile/şaft/aksa çeşitli yöntemler kullanılarak monte edilir. Bu yöntemlerden **kama (key)** ve pim ile montaj tekniği şekil 5.5 ve şekil 5.6 da gösterilmiş olup, bu bağlantılar **şekil bağlı bağlantılar** olarak adlandırılırlar Göbek üzerine acılan kama kanalına ise **kama yuvası (keyways)** adı verilir.



Şekil 5.5 Millerde/Şaftlarda En Çok Kullanılan Kama Çeşitleri

Düşük güç iletiminde ise genelde makine elemanını millin veya şaftın üzerine monte etmek için şekil 5.6 da gösterilen **pim (pin)** çeşitleri kullanılır. Pim kamaya oranla daha az güç iletiminde kullanılan imalatı ucuz parçalardır.



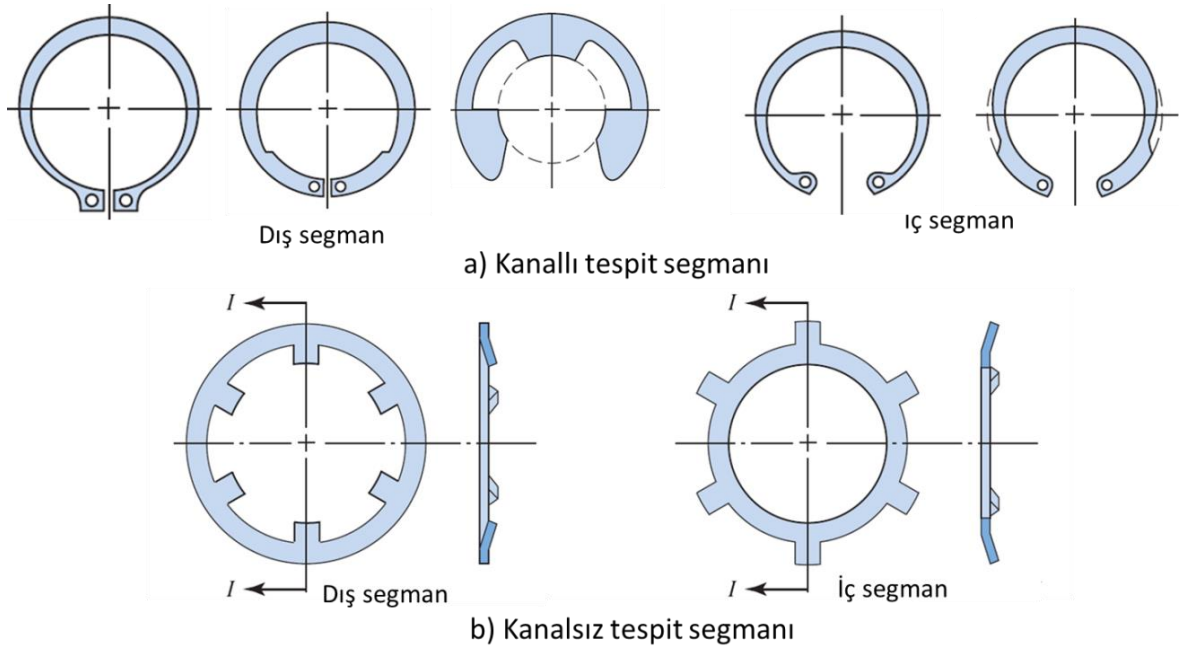
Şekil 5.6 Millerde/Şaftlarda En Çok Kullanılan Pimler

Bazı durumlarda **sabitleme civatası (setscrew)** sabitlenecek parçanın üzerinden göbeğe radyan doğrultuda açılan diş açılmış bölgeye takılarak makine elemanının dönmesine engel olur. Sabitleme civatasının çapı genelde mil çapının dörtte biri kadar olup 90° lik açılarda yerleştirilirler. Bu civatalar bazı şartlar altında (titreşim gibi) gevşeyerek hareket iletimine engel olabilirler. Özellikle emniyet söz konusu ise, bu durumu ortadan kaldırmak amacıyla bazı tasarım önlemleri almak uygun olabilir.

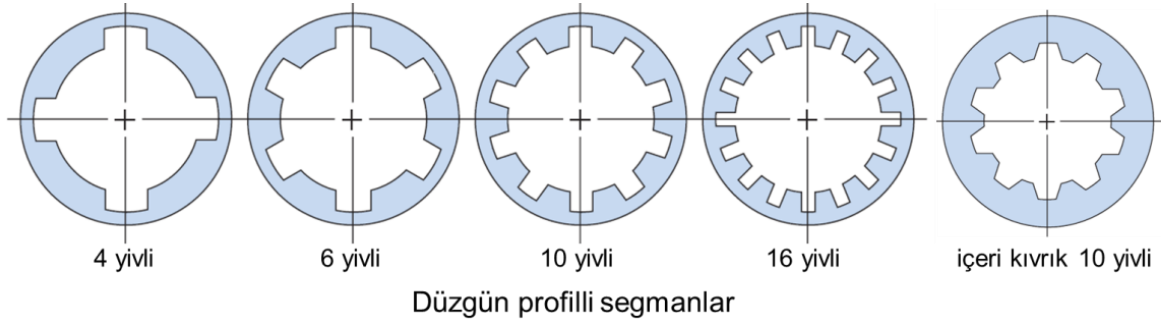
Tespit segmanı (snap ring veya retaining ring) kullanarak makine elemanlarını mil/şaft/aks üzerine monte etmek en etkili ve en ucuz metottur. Şekil 5.7a da kanal gerektiren birkaç çeşit tespit segmanını ve şekil 5.7b d ise kanal gerektirmeyen, sadece bir defalık kullanılabilen **basmalı emniyet segmanına** örnekleri gösterilmektedir. Bu tip segmanlar kullanılarak makine elemanlarının pozisyon tespitleri en ucuz çözümler olup, hassaslık istenen yerlerde kullanılması uygun değildir. Şekil 8.37a daki tespit segmanı ise, A pozisyonundaki rulmanın yuvasına nasıl tespit edildiğini göstermektedir. Bazı durumlarda, tespit segmanı için milin/şaftın/aksın üzerine kanal açılır, bu kanalın açıldığı yerde mukavemet düşer fakat genelde o bölgede yüksek mukavemete gerek yoktur. Şekil 8.37c de ise T_1 ve T_2 elemanları mil üzerine monte edilmek için mil kademeli olarak işlenmiştir. Hâlbuki mil maliyeti azaltmak için tek kademeli olarak işlenip, makine elemanları T_1 ve T_2 emniyet segmanı kullanılarak milin üzerine monte edilebilir. Fakat burada emniyet segmanı için açılacak kanal gerilmenin yüksek olduğu bölgeye denk geleceğinden, mil çapı gözden geçirilerek, kademeli mil mi yoksa emniyet segmanını daha ekonomik olur diye düşünülüp karar verilmelidir.

Bazı durumlarda göbek çapı mil çapından biraz küçük işlenerek iki yüzey arasında basınç oluşturulur. Bu iki parça ancak ya presle ya da parçalardan biri soğutulup diğeri ısıtılarak bir birine monte edilebilir. Bu durumda moment iletimi tamamen sürtünme kuvveti ile sağlanır. Fakat yüksek güç iletileceği durumlar için bu tip montajda birde kama kullanılır.

İki parçanın, mil/şaft veya göbek üzerine açılmış kanallar kullanılarak monte edilmesi durumunda en fazla güç (moment) iletimi sağlanır. Şekil 5.8 de bu tip birleştirmelere için örnekler gösterilmektedir.



Şekil 5.7 En Çok Kullanılan Tespit Segmanları



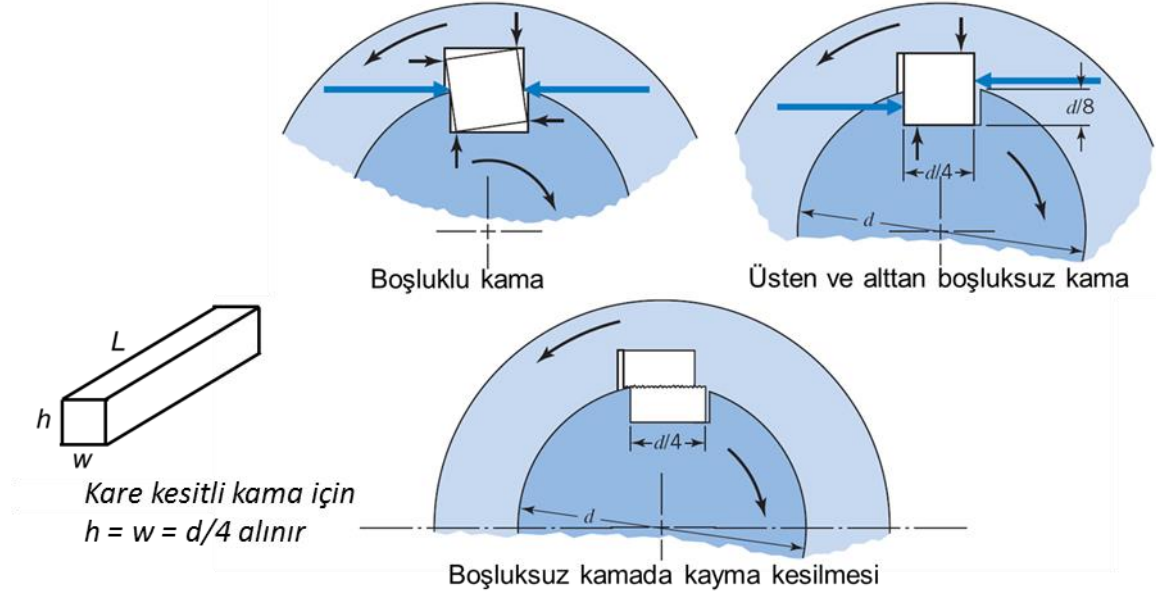
Şekil 5.8 En Çok Kullanılan Düzgün Profilli Kamalı Segmanlar

5.12 KAMALAR, PİMLER VE ÇOKLU KAMALAR

Dişli ve kasnak elemanlarını millere, şaftlara veya akslara monte etmekte en sık kullanılan kullanılan yöntem şekil 5.14 de görüldüğü gibi kama ile birleştirme yöntemidir. Bu tip birleştirmelerde en çok kullanılan kama tipleri ise, şekil 5.14a da görülen kare kesitli kamalardır. Kamaların boyutları tesadüfen seçilmeyip, kamaların genişlikleri en fazla milin çapının dörtte biri kadar olabilir. Kamalar genelde soğuk şekillendirilmiş düşük karbonlu çeliklerden imal edilirler.

Kamanın yüklenmesi, kama ile yuvası arasındaki boşlukların ve kamanın elastikliğinin fonksiyonudur. Şekil 5.14a boşluklu kare kesitli bir kamanın yük altındaki durumunu göstermektedir. Burada temel yükleme kamaya etki eden yatay doğrultudaki kuvvet tarafından yapılır ve bu kuvvetin etkisi ile kama yuvasında dönmeye zorlanır. Fakat şekil 5.14a de görüldüğü gibi, kamanın köşeleri kama yuvasının duvarlarına temas ederek kamanın dönmesine engel olur.

Şekil 5.14b de verilen kare şeklindeki kamanın alt ve üst yüzeylerinin kama yuvasına temas ettiği ve yan yüzeylerinin ise zıt taraflarda boşluklu olduğu görülmektedir. Burada yine kamaya gelen yatay kuvvet düzgün bir dağılımla kamanın yan yüzeyine etki ettiği kabul edilmektedir. Kamaya etki eden yatay kuvvet, iletilen döndürme momentinin ve mil veya şaft yarıçapının fonksiyonudur.



Şekil 5.14 Kare Şeklindeki Kama ve Gerilmeler

Burada kullanılan kamanın boyutlandırılması, transfer edilen momente bağlı olarak yapılır. Transfer edilen moment olarak ta, milin elastik bölgede kalması koşulu ile taşıyabileceği (transfer edebileceği) en büyük moment alınır. Şaftın ve kamanın gevrek bir çelikten imal edildiği kabulü ile $S_{sy} = 0.58 S_y$ alınabilir.

İçi dolu şaftın moment kapasitesi ise aşağıdaki formülle hesaplanır.

(Hatırlatma: direk kuvvet etkisinde kesme gerilmesi $\tau = F/A$ ve döndürme momenti etkisinde olan bir mil yada şafttaki kesme gerilmesi $\tau = Tr/J$. Burada J polar atalet momentidir.

$$\tau = \frac{Tr}{J} = \frac{T(d/2)}{\pi d^4/32} \Rightarrow T = \frac{\pi d^3}{16} \tau \Rightarrow T = \frac{\pi d^3}{16} (0.58) S_y \quad (a)$$

Denklem a ile d yarıçapındaki bir mil ile iletebilecek maksimum tork (döndürme momenti) hesaplanabilir. Bu momentin tamamının kama yardımıyla iletildiği ve iletilen momentin kamanın yan yüzeyine düzgün olarak etki ettiği kabul edilir ise, bu momentin kama üzerinde oluşturduğu gerilme (basma gerilmesi), kamanın yüzey alanına ve milin/şaftın yarıçapa bağlıdır. Kamadaki bası gerilmesi göz önüne alınarak iletebilecek moment;

$$T = F \left(\frac{d}{2} \right) \Rightarrow T = S_y A \frac{d}{2} = S_y \left(L \frac{d}{8} \right) \frac{d}{2} = S_y \frac{L d d}{8 \cdot 2} \Rightarrow T = \frac{S_y L d^2}{16} \quad (b)$$

$$\text{veya } S_y = \frac{F}{A_c} = \frac{T/(d/2)}{A_c} \text{ burada } A_c = L \left(\frac{h}{2} \right) \Rightarrow S_y = \frac{4T}{dLh} \Rightarrow T = \frac{S_y dLh}{4} = \frac{S_y Ld^2}{16}$$

Kayma gerilmesi göz önüne alındığında iletilen moment yine kamanın yüzeyinde oluşan gerilmelerin ve yarıçapın fonksiyonu olarak görülmektedir.

$$T = \tau A \frac{d}{2} = (0.58 S_y) \left(L \frac{d}{4} \right) \frac{d}{2} \Rightarrow T = \frac{0.58 S_y Ld^2}{8} \quad (c)$$

$$\text{veya } \tau = \frac{F}{A_k} = \frac{T/(d/2)}{A_k} \text{ burada } A_k = Lw \Rightarrow \tau = \frac{2T}{dLw} \Rightarrow T = \frac{\tau dLw}{2} = \frac{0.58 S_y Ld^2}{8}$$

Denklem *a* ve *b* eşitlendiğinde $L = 1.82d$, denklem *a* ve *c* eşitlendiğinde ise $L = 1.57d$ olarak hesaplanır. Yapılan kabuller göz önünde bulundurularak $L = 1.82d$ oranının alınmasının daha uygun olacağı düşünülmektedir. Teorik hesaplamalar sonucunda, kamanın yüksekliğinin genişliğinden çok az büyük olması, basma ve kayma mukavemeti açısından daha iyi sonuç verdiği anlaşılmıştır. ***Kamayla kasnak arasında iyi bir balans oluşturmak için, kama boyu genelde göbek genişliğine eşit ve göbeğin genişliği 1.5d ile 2.0d arasında alınmalıdır.***

Eğer shaftın çapı mukavemet yerine yer değiştirmeye göre hesaplanıyor ise, kısa kama daha iyi sonuç verebilir. Eğer boyutlar şok veya yorulman göz önünde bulundurularak mukavemete göre hesaplanır ise, kama kanalı boyunca gerilme yoğunluğu mutlaka göz önüne alınmalıdır. Şekil 5.15 iki değişik kama yuvası açma yöntemini göstermektedir. Dairesel freze kullanılarak açılan kama yuvalarının oluşturduğu gerilme konsantrasyonu, parmak freze kullanılarak açılan kama yuvalarının oluşturduğu gerilme konsantrasyonundan daha azdır.

Çelik	Yorulma gerilmesi konsantrasyon faktörü, K_f			
	Eğilme	Burulma	Eğilme	Burulma
Isıl işlem görmüş (sertliği 200 Bhn den az)	1.3	1.3	1.6	1.3
Isıl işlem görmüş ve çekilmiş (sertliği 200 Bhn den çok)	1.6	1.6	2.0	1.6

Şekil 5.15 Kama Kanal Tipleri ve Bunlara Karşılık Yorulma Gerilmesi Konsantrasyon faktörü K_f

Şekil 5.6a da yuvarlak pim kullanılarak herhangi bir makine elemanının veya göbeğin mile, şafta veya aksa nasıl monte edilebileceği gösterilmektedir. Bu bağlantı ile taşınabilecek moment kapasitesi pimin her iki taraftan kesilmesi ile sınırlıdır. Burada pimin çapını d ve kayma gerilmesini S_{sy} ile gösterirsek, iletilebilecek moment şöyle hesaplanır.

$$T = F \left(\frac{D}{2} \right) = S_{sy} 2A \left(\frac{D}{2} \right) \Rightarrow T = \frac{\pi d^2 D S_{sy}}{4} = \frac{\pi d^2 D (0.58 S_y)}{4} \quad (5.24)$$

Bazen momenti taşıyan pim, mukavemeti daha düşük olan bir malzemeden imal edilerek, mil veya şaft tarafından taşınacak momenti sınırlayabilir. Bu amaçla kullanılan pimin aşırı yükleme sırasında kesilmesi ile sistemi aşırı yüklemekten korur ve daha büyük zararların ortaya çıkmasını önler.

Çoklu kamalar, adı üzerinde birden çok kamaya sahiptirler. Bunların yan yüzeyleri ya düzgün olarak ya da iç bükey olarak imal edilirler. İç bükey olanlarda basınç açısı genelde 30° dir.

Problem 6: Yüksek karbonlu çelikten imal edilmiş 100 mm çapındaki mile göbek 25 mm genişliğinde ve yüksekliğinde kama ile bağlanmıştır. Kamanın kritik boyunu emniyet katsayısını 2 alarak bulunuz.

Verilenler: $d = 100 \text{ mm}$, $h = 25 \text{ mm}$, $SF = 2$

İstenenler: Kama boyu = ?

Çözüm: Kama ve mil malzemesi için $S_y = 560 \text{ N/mm}^2$ olsun.

$$\tau = 0.58 S_y = 0.58(560) \Rightarrow \tau = 324 \text{ N/mm}^2$$

Hesaplamalarda kullanılacak gerilmeler:

$$\tau = \frac{324}{SF} = \frac{324}{2} \Rightarrow \tau = 162 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma = \frac{S_y}{2} = \frac{560}{2} \Rightarrow \sigma = 280 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{max} = \frac{T_{max} r}{J} = \frac{T_{max} (d/2)}{\pi d^4 / 32} \Rightarrow T_{max} = \frac{\pi d^3}{16} \tau_{max} \Rightarrow T_{max} = \frac{\pi (100)^3}{16} 162$$

$$T_{max} = 31808625 \text{ Nmm} = 31808.6 \text{ Nm}$$

$$F_{max} = \frac{T_{max}}{d/2} = \frac{31808}{0.05} \Rightarrow F_{max} = 636160 \text{ N}$$

$$T_{max} = \frac{S_y L_c d^2}{16} \Rightarrow 31808625 = \frac{280 L_c (100)^2}{16} \Rightarrow L_c = 181.8 \text{ mm}$$

Yüzey basıncına göre elde edilen kritik boy 181.8 mm.

$$T_{max} = \frac{\tau_{max} L_c d^2}{8} \Rightarrow 31808625 = \frac{162 L_c (100)^2}{8} \Rightarrow L_c = 157.1 \text{ mm}$$

Kesme gerilmesine göre elde edilen kritik boy 157.1mm.

5.13.1 PRES GEÇMELER

Genellikle pres geçmeler, mil çapının göbek iç çapından daha büyük olduğu durumlarda, mil ile göbek arasında herhangi bir bağlantı elemanı kullanılmaksızın yapılan montajlardır. Mil ve göbek çaplarının farklı olmasından dolayı, montajın tamamlanması ile mil üzerinde elastik büzölmeler, göbek üzerinde ise elastik uzamalar (genişlemeler) gerçekleşir. Temas eden yüzeylerde meydana gelen elastik şekil değıştirmeler aynı zamanda kesişen yüzeylerde basınç oluşmasına neden olur.

Pres geçmelerde en önemli konu seçilecek olan toleranstır. Seçilen tolerans iletilmesi düşünölen momenti iletebilecek yüzey basıncını sağlayacak sıklığa sahip olurken, mili veya göbeğı ya da her ikisini plastik deformasyona uğratacak kadar da büyük olmamalıdır.

Pres geçmeler, mil ve göbek toleransına bağılı olarak ya oda sıcaklığında mil ve göbeğı kuvvet uygulanarak ya da mil soğutulurak veya göbek ısıtılarak veya mil soğutulup göbek ısıtılarak gerçekleştirilir.

Pres geçmelerin tercihindeki avantajlarını ve dezavantajlarını aşağıdaki gibi sıralayabiliriz.

Avantajları:

1. Kama yuvası açılmasından dolayı milde zayıflama ve çentik etkisi altında olmaması,
2. Dinamik yük iletiminde dahi kullanılabiliyor olması,
3. İyi bir merkezleme etkisinin olması,
4. Uygun aletlerle kolayca monte edilmesi,
5. İmalatının daha kolay olması

Dezavantajları:

1. Sürekli sökölüp takılmaya uygun olmamaları,
2. Her konstrüksiyona uygun olmamaları

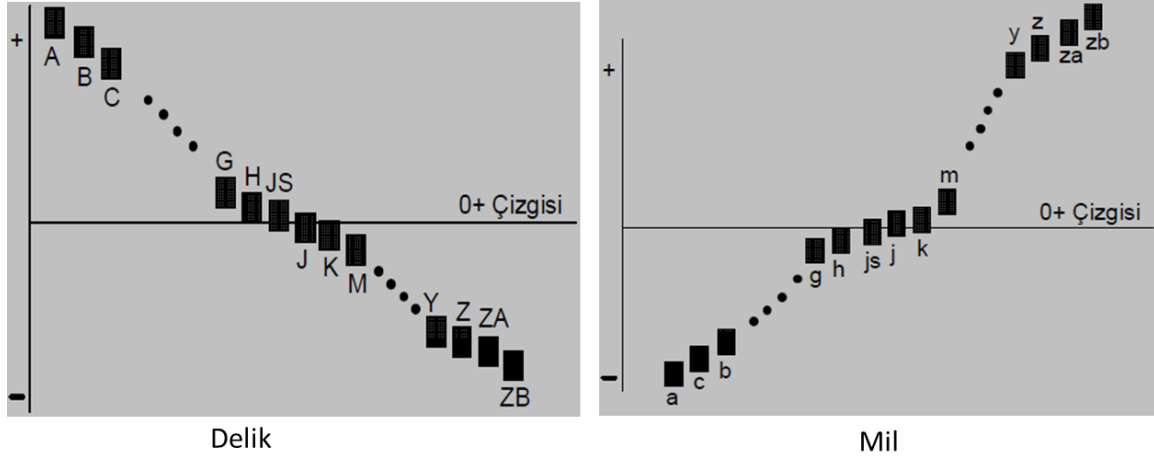
En Çok Uygulandığı Yerler:

- Rulmanlı yatak bilezikleri
- Kavrama göbekleri
- Dişli çarklarda gövdeye takılan dişli çemberler
- Demiryollarında tekerlek bandajları
- Millere takılan tekerlek ve volanlar
- Kaymalı yatak burçları
- Silindir gömlekleri gibi birçok alanda uygulanabilir bir birleştirme yöntemidir.

5.13.1.1 TOLERANSLAR

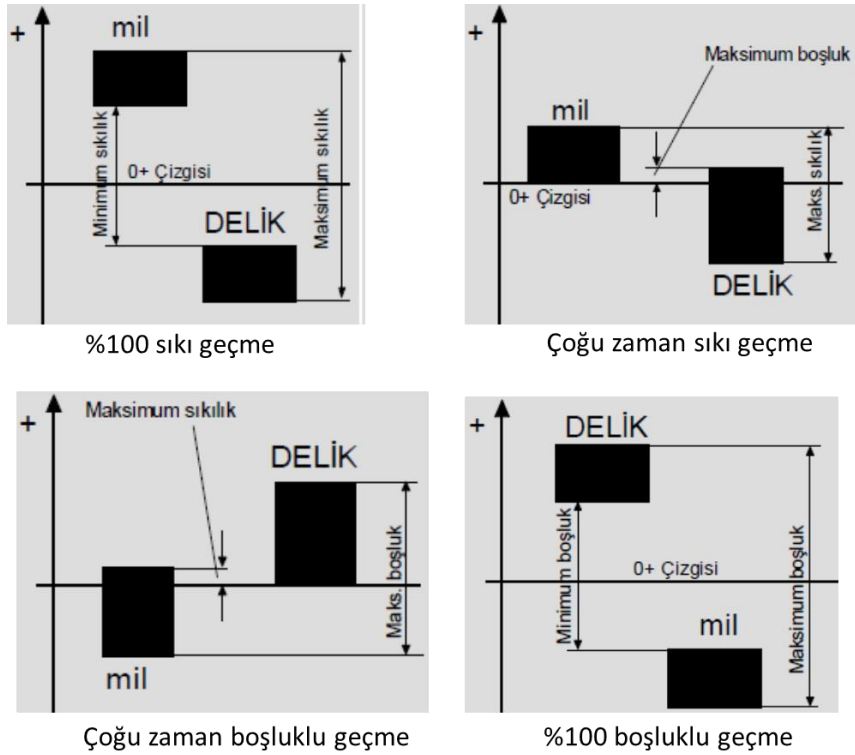
Toleranslar, boyut toleransları, şekil (geometrik) toleranslar ve yüzey kalitesi ile ilgili sınırlamalar olmak üzere üç ana başlık altında incelenebilir. Burada toleranslar anlatılmayıp

sadece yüzey basıncı açısından boyut toleransının öneminden bahsedilecektir. Belli bir ölçüye göre imal edilmiş mil göbek bağlantılarında (silindirik mil ve silindirik göbek) teorik olarak ya **boşluk** ya da **sıkılıktan** söz edilir.



Şekil 5.18 Delik ve Mil Tolerans Tablosu

Gerçek bir imalatla ise belirli bir toleransa göre imal edilmiş parçalardan herhangi ikisinin eşleştirilmesi durumunda önceden sıkılık ya da boşluk oluşup oluşmayacağı konusunda kesin bir şey söylenemeyebilir. Bu parçalardaki şekil (geometrik) toleranslardaki sapmalar ve yüzey pürüzleri de dikkate alınırsa olay daha karmaşık hale gelir. Eğer sadece boyut toleransları dikkate alınsa dahi bile dört değişik durumla karşılaşılır.



Şekil 5.19 Boyut Toleransında Karşılaşılabilecek Dört Değişik Durum

Birinci Durum: %100 sıkı geçme

Bu durumda milin ölçüsü olabileceği en küçük ölçüde ve de göbeğin (deliğin) ölçüsü olabileceği en büyük ölçüsünde olsa bile geçme sıkı geçmedir. Şekil 5.19 dan da görüldüğü gibi milin ve deliğin tolerans bölgeleri sıfır çizgisi ile kesişmeyip, millin tolerans bölgesi sıfır çizgisinin üzerinde (pozitif bölgede) dururken, deliğin tolerans bölgesi sıfır çizgisinin altında (negatif bölgede) durmaktadır.

İkinci Durum: Çoğu zaman sıkı geçme

Bu durumda milin ölçüsü olabileceği en büyük ölçüde ve de göbeğin (deliğin) ölçüsü olabileceği en küçük ölçüsünde olur ise sıkı geçmeden söz edilirken, milin ölçüsü olabileceği en küçük ve deliğin ölçüsü olabileceği en büyük ölçüde olur ise bu defa da boşluklu geçmeden söz edilir. Şekil 5.19 dan da görüldüğü gibi mil toleransının alt sınırı sıfır çizgisiyle çakışırken delik toleransının küçük bir kısmı pozitif bilgeye geçmektedir.

Üçüncü Durum: Çoğu zaman boşluklu geçme

Bu durumda milin ölçüsü olabileceği en büyük ölçüde ve de göbeğin (deliğin) ölçüsü olabileceği en küçük ölçüsünde olur ise sıkı geçmeden söz edilirken, milin ölçüsü olabileceği en küçük ve deliğin ölçüsü olabileceği en büyük ölçüde olur ise bu defa da boşluklu geçmeden söz edilir. Şekil 5.19 dan da görüldüğü gibi mil tolerans bölgesinin büyük bir kısmı sıfır çizgisinin altında dururken, delik tolerans bölgesinin tamamı sıfır çizgisinin üzerinde durmaktadır.

Dördüncü Durum: %100 boşluklu geçme

Bu durumda milin ölçüsü olabileceği en büyük ölçüde ve de deliğin ölçüsü olabileceği en küçük ölçüsünde olsa bile geçme boşluklu geçmedir. Şekil 5.19 dan da görüldüğü gibi milin ve deliğin tolerans bölgeleri sıfır çizgisi ile kesişmeyip, millin tolerans bölgesi sıfır çizgisinin altında (negatif bölgede) dururken, deliğin tolerans bölgesi sıfır çizgisinin üzerinde (pozitif bölgede) durmaktadır.

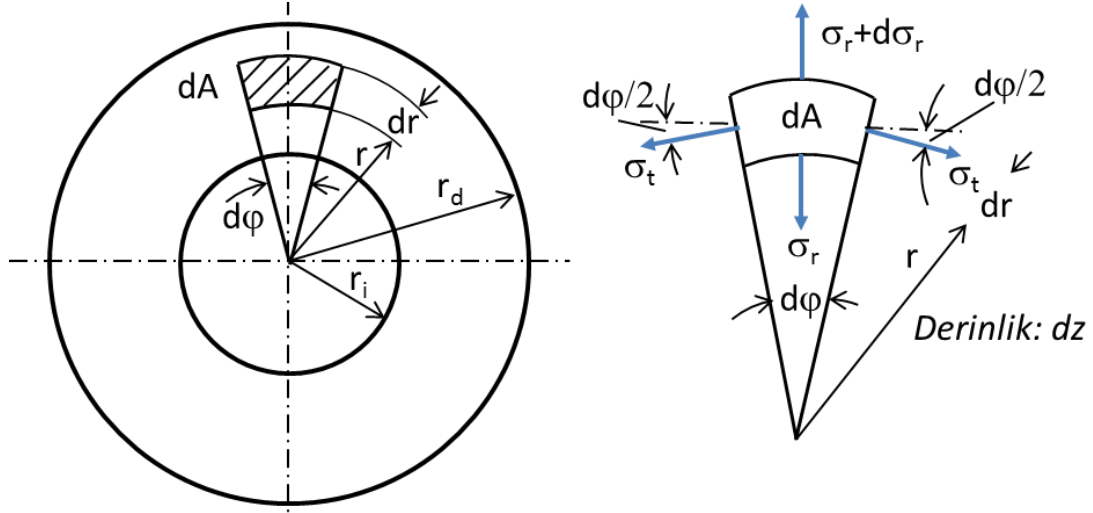
Tablo 5.4 de bazı geçme durumları ve bu geçmelere karşılık gelen boyut toleransları gösterilmektedir.

Tablo 5.4 Mil Göbek Bağlantılarının İsimleri ve Toleransları

Geçmenin İsmi	Tolerans Aralıkları
Pres geçme	H7z8, H7x7, Z8h6
Sıkı geçme	N7h6, H7n6
Çakma geçme	M7h6, H7m6
Tutuk geçme	K7h6, H7k6, H6k5
Sürme geçme	JS7h6, H7js6, J7h6
Kaygan geçme	H7h6, H8h7
Zor hareketli geçme	G7h6, H7h6
Hareketli (döner) geçme	F7h6, H7f6
Kolay hareketli geçme	E8h7, H8e7
Geniş hareketli geçme	D9h6, H9d7, H9d8

5.13.1.2 PRES GEÇMEDE MİL VE GÖBEKTE OLUŞAN GERİLMELER

Mil ve göbek bağlantılarında üçüncü eksen (z-ekseni) montajdan sonra önemli bir değişim olmadığından, gerilme hesaplamaları iki eksenli gerilme üzerine yapılır. İki eksenli gerilme durumunda oluşan gerilmelerden birisi radyal doğrultuda (radyal gerilme σ_r) meydana gelirken, diğeri teğetsel doğrultuda (teğetsel gerilme σ_t) meydana gelmektedir. z-doğrultusundaki gerilme sıfır olarak alınır ($\sigma_z = 0$). Şekil 5.20 de verilen mil göbek bağlantısında alınan birim elemana etki eden gerilmeler gösterilmektedir.



Şekil 5.20 Mil Göbek Bağlantısında Birim Elemana Etki Eden Gerilmeler

Şekil 5.20 kullanılarak radyal yöndeki kuvvet dengesi yazılsın.

$$-\sigma_r r d\phi dz + (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr) d\phi dz + 2\sigma_t dr dz \sin \frac{d\phi}{2} = 0$$

Burada küçük açılar için $\sin \frac{d\phi}{2} \approx \frac{d\phi}{2}$ olarak alınır ve çok küçük terimler ihmal edilir ise

$$\sigma_r dr + r d\sigma_r - \sigma_t dr = 0 \quad \text{diğer bir ifadeyle} \quad \sigma_t = \frac{d}{dr}(r\sigma_r) \quad (5.25)$$

Denklem 5.25 in çeşitli makine elemanları problemleri için değişik çözümleri mevcuttur. İçine herhangi bir p basıncının uygulanması ile boruda meydana gelen deformasyonun elastik bölgede kalması, uzamanın deformasyonla doğru orantılı olması ve eksene dik düzlemlerin deformasyondan sonrada eksene düz kalması koşullarının kabulü ile borunun (göbeğin) herhangi bir r yarıçapında oluşan radyal ve teğetsel gerilmeler aşağıdaki gibi ifade edilir.

Eksenel doğrultudaki uzamaların sabit olduğu kabulü ile aşağıdaki denklem yazılabilir.

$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \nu \frac{(\sigma_r + \sigma_t)}{E}$$

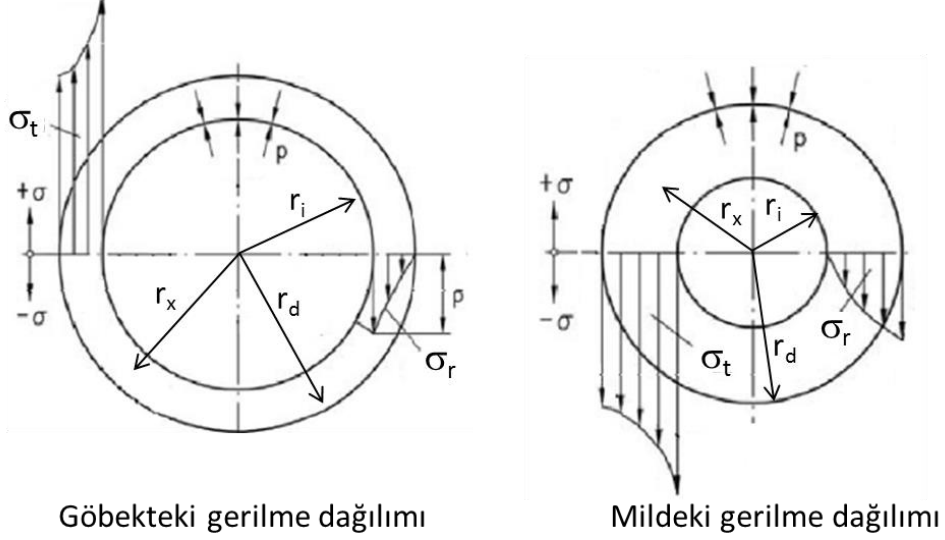
Yukarıdaki denklemde σ_z sabit olduğundan

$$\sigma_t + \sigma_r = 2A = \text{Sabit} \quad (5.26)$$

Denklem 5.25 ve denklem 5.26 dan gerekli olan entegrasyonlar yapılır ise boruda radyal ve teğetsel yönde oluşan gerilme dağılımları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\sigma_r = A + \frac{B}{r^2} \quad \text{ve} \quad \sigma_t = B - \frac{B}{r^2}$$

Yukarıdaki denklemlerdeki A ve B katsayıları sınır şartlarından elde edilip yerine konur ise radyal ve teğetsel gerilmeler aşağıdaki forma dönüşür.



Şekil 5.21 Mil ve Göbekte Oluşan Gerilme Dağılımı

Şekil 5.21 den göbek için sınır şartları:

$$r = r_{gi} \quad \text{için} \quad \sigma_r = -p \quad \text{ve} \quad r = r_{gd} \quad \text{için} \quad \sigma_r = 0$$

Şekil 5.21 den mil için sınır şartları:

$$r = r_{mi} \quad \text{için} \quad \sigma_r = 0 \quad \text{ve} \quad r = r_{md} \quad \text{için} \quad \sigma_r = -p$$

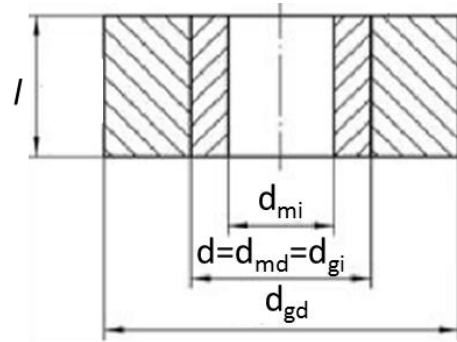
$$\sigma_r = p \frac{r_{gi}^2}{r_{gd}^2 - r_{gi}^2} \left(1 - \frac{r_{gd}^2}{r_{gx}^2} \right) \quad (5.27)$$

$$\sigma_t = p \frac{r_{gi}^2}{r_{gd}^2 - r_{gi}^2} \left(1 + \frac{r_{gd}^2}{r_{gx}^2} \right) \quad (5.28)$$

Burada r_x herhangi bir yarıçaptır. Geçmede şekil 5.22 kullanılarak aşağıdaki tanımlamalar yapılabilir.

$$Q_g = \frac{d}{d_{gd}}, \quad Q_{gx} = \frac{d_x}{d_{gd}},$$

$$Q_m = \frac{d_{mi}}{d}, \quad Q_{mx} = \frac{d_{mx}}{d},$$



Şekil 5.22 Geçmede Boyutların Tanımı

Yukarıdaki tanımlamalara göre denklem 5.27 ve 5.28 yeniden düzenlenerek radyal ve teğetsel gerilmeler aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\sigma_r = -p \frac{Q_g^2}{1 - Q_g^2} \frac{1 - Q_{gx}^2}{Q_{gx}^2} \quad (5.29)$$

$$\sigma_t = p \frac{Q_g^2}{1 - Q_g^2} \frac{1 + Q_{gx}^2}{Q_{gx}^2} \quad (5.30)$$

Göbeğin iç yüzeyi için $Q_{gx} = Q_g$ olarak yerine yazılır ise göbek iç yüzeyindeki radyal ve teğetsel gerilmeler aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\sigma_r = -p \quad ve \quad \sigma_t = p \frac{1 + Q_g^2}{1 - Q_g^2} \quad (5.31)$$

Göbeğin dış yüzeyi için $Q_{gx} = 1$ olarak yerine yazılır ise göbek iç yüzeyindeki radyal ve teğetsel gerilmeler aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\sigma_r = 0 \quad ve \quad \sigma_t = p \frac{2Q_g^2}{1 - Q_g^2} \quad (5.32)$$

Denklem 5.31 ve 5.32 göbeğin iç yüzeyinde gerilmelerin en yüksek olduğunu, dolayısı buranın en tehlikeli yer olduğunu göstermektedir.

Maksimum kayma gerilmesi hipotezine göre eşdeğer gerilmeler:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{\sigma_{ti} - \sigma_{ri}}{2} \Rightarrow \tau_{max} = \frac{p}{1 - Q_g^2} \leq \tau_{em} \quad (5.33)$$

Mohr hipotezinde $\sigma_{max} = 2\tau_{max}$ ifadesi yazılabilmektedir. Buna göre maksimum gerilme,

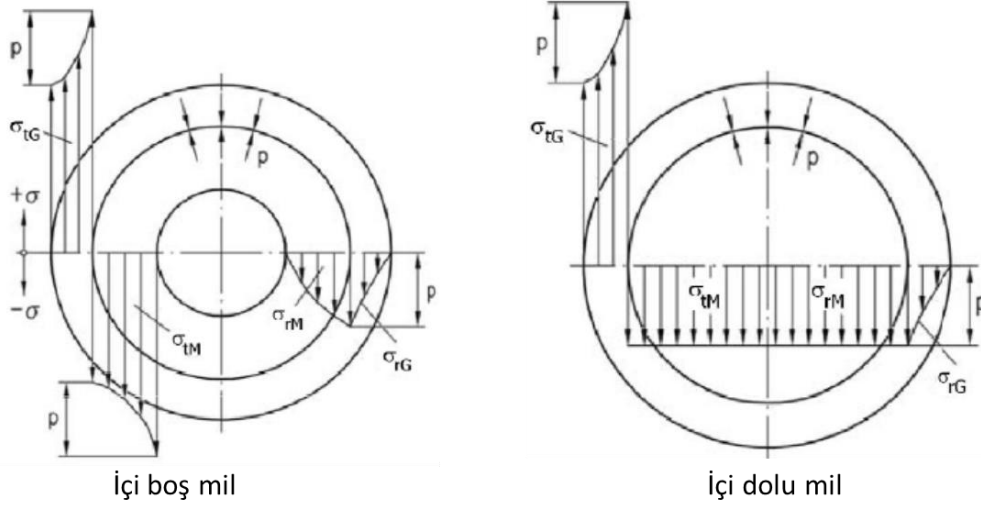
$$\sigma_{eş} = \frac{2p}{1 - Q_g^2} \leq \sigma_{em} \quad (5.34)$$

Von Misses teorisine (maksimum şekil değiştirme hipotezine) göre gerilmeler:

$$\sigma_{eş} = p \frac{\sqrt{3 + Q_g^4}}{1 - Q_g^2} \leq \sigma_{em} \quad (5.35)$$

NOTE: Çelik malzemeler için $\sigma_{em} \approx (0.8 \sim 0.9)\sigma_{ak}$ alınabilir. Buna ilaveten boyutların hesaplanmasın da kullanılacak emniyet gerilmesi, seçilecek olan emniyet katsayısına da bölünmelidir. Ayrıca hesaplamalarda gerilmeler her iki yöneme göre hesaplanıp daha kritik olan gerilme değerleri alınmalıdır.

Yukarıda göbek için elde edilen denklemlerde (denklem 5.33, 5.34 ve 5.35) Q_g yerine Q_m konularak mil için de kullanılabilirler. Bu durumda kalın cidarlı göbek ve mil bağlantılarındaki gerilme dağılımı şekil 5.23 de görüldüğü gibi olur.



Şekil 5.23 Kalın Cidarlı Göbek Mil Bağlantılarında Gerilme Dağılımı

5.13.1.3 PRES GEÇMEDE OLUŞAN ŞEKİL DEĞİŞTİRMELER

Mil göbek bağlantılarında gerçekleştirilen sıkı geçmelerin tolerans bölgesi malzemenin elastik bölgesinin içinde kalmak zorundadır. Aksi halde oluşan plastik şekil değiştirmeler, geçme yüzeyinde oluşan basıncın değişmesine neden olur. Sıkı geçme sonucunda oluşan radyal ve teğetsel gerilmelerin neden olduğu yer değiştirmeler, sabit bir yarıçap üzerinde aynı kalırken, yarıçapın değişmesiyle değişken olurlar.

Şekil 5.20 ye benzer olarak r yarıçapındaki yer değiştirme u olduğu kabul edilir ise, $r + dr$ yarıçapındaki bir mesafedeki yer değiştirme aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$u + \frac{du}{dr} dr = u + du$$

Yukarıdaki denkleme göre radyal doğrultudaki uzama du kadar olmaktadır. Böyle ise radyal ve teğetsel doğrultularda oluşan birim uzama aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\varepsilon_r = \frac{(dr + du) - dr}{dr} = \frac{du}{dr} \quad (5.36)$$

$$\varepsilon_t = \frac{(r + u)d\varphi - rd\varphi}{rd\varphi} = \frac{u}{r} \quad (5.37)$$

İki eksenli gerilme durumunda radyal ve eksenel gerilmelerin asal gerilmeler oldukları göz önüne alınır ise,

$$\varepsilon_{tm} = \frac{\Delta M}{d} = \frac{1}{E} (\sigma_t - \nu \sigma_r)$$

Yukarıdaki denklemde gerilme değerleri yerine konduğunda milin ve göbeğin çapında oluşan değişimler aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\frac{\Delta M}{d} = -\frac{p}{E_m} \left(\frac{1 + Q_m^2}{1 - Q_m^2} - \nu_m \right) \quad (5.38)$$

$$\frac{\Delta G}{d} = \frac{p}{E_g} \left(\frac{1 + Q_g^2}{1 - Q_g^2} + \nu_g \right) \quad (5.39)$$

Yüzeyler arasındaki basıncı, p , oluşturmak için oluşan sıkılık, $U = \Delta d = |\Delta G| + |\Delta M|$ dir.

Burada; ΔG : Göbekteki çap değişimi
 ΔM : Mildeki çap değişimi

Buna göre en genel durum için çap değişimi aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\Delta d = pd \left[\frac{1}{E_g} \left(\frac{1 + Q_g^2}{1 - Q_g^2} + \nu_g \right) + \frac{1}{E_m} \left(\frac{1 + Q_m^2}{1 - Q_m^2} - \nu_m \right) \right] \quad (5.40)$$

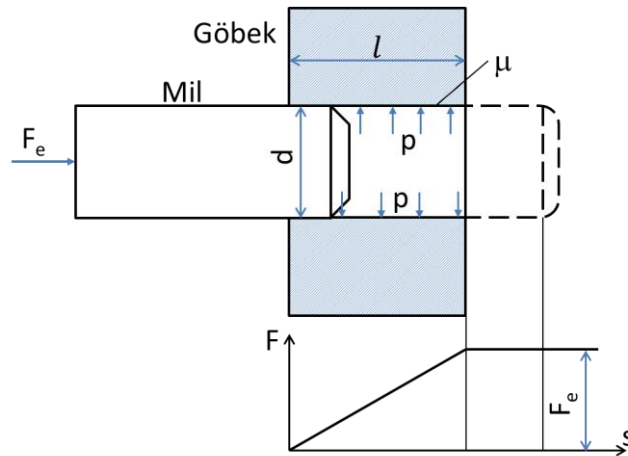
Eğer mil ve göbek aynı malzemeden imal edilmiş ise $E_g = E_m$ ve $\nu_g = \nu_m$ olur. Bu durumda denklem 5.40 şu hali alır.

$$\Delta d = \frac{pd}{E} \left[\left(\frac{1 + Q_g^2}{1 - Q_g^2} \right) + \left(\frac{1 + Q_m^2}{1 - Q_m^2} \right) \right] \quad (5.41)$$

En çok kullanılan imalat şeklinde milin içi dolu ($Q_m = 0$) olduğundan ve mil göbek malzemesi aynı olduğundan denklem 5.41 şu hali alır.

$$\Delta d = \frac{2pd}{E(1 - Q_g^2)} \quad (5.42)$$

5.13.1.4 PRES GEÇMEDE MONTAJ İÇİN GEREKLİ KUVVET



Şekil 5.24 Pres Geçmede Kuvvet Değişimi

Şekil 5.24 de çapı d , uzunluğu l , iki yüzey arasındaki basınç p ve sürtünme katsayısı μ olan mil göbek bağlantısında, milin göbeğe montajının yapılabilmesi için gerekli olan kuvvetin (F_e) nasıl değiştiği gösterilmektedir. Denklem 5.43 de ise gerekli F_e kuvvetinin hesabi verilmektedir.

$$F_e = \pi d l p \mu \quad (5.43)$$

5.13.1.5 PRES GEÇMEDE MONTAJ İÇİN GEREKLİ SICAKLIK

Mil göbek bağlantısının sıkı geçme olduğu durumlarda, sadece milin yeteri kadar soğutulması veya sadece göbeğin yeteri kadar ısıtılması veya milin soğutulup göbeğin ısıtılması sonucunda, sıkı geçmedeki sıkılık ortadan kaldırılarak montaj kolayca yapılabilir. Isıtma işlemleri genelde 350° C dereceye kadar yağ içinde ısıtılarak, 350° C ila 750° C arasında ise fırında ısıtılarak gerçekleştirilir. Fırında yapılan ısıtmalarda oksitlenmenin önüne geçmek için Ar, N₂ gibi koruyucu gazlar kullanılmalıdır. Milin soğutulmasında ise – 70° C ye kadar kuru buz karbondioksit karı ve –190° C ye kadar ise sıvı hava kullanılabilir. Tablo 5.5 de bazı malzemelerin fiziksel özellikleri verilmektedir. Diğer malzemeler için bu değerler internet ortamından veya malzemenin üreticisinden elde edilebilir.

Montaj için gerekli sıcaklıklar ise aşağıdaki formüller ile hesaplanır.

$$T = T_0 + \frac{U_{max} + \Delta d}{\alpha d} \quad (5.44)$$

Denklem 5.44 de uzunluk ölçüleri mm cinsindendir.

T: Gerekli sıcaklık,

T_0 : Çevre sıcaklığı,

U_{max} : Montaj öncesi maksimum sıkılık,

$\Delta d = 0.001d$ veya $\Delta d = d/1000$,

α : Lineer ısı genleşme katsayısı ve

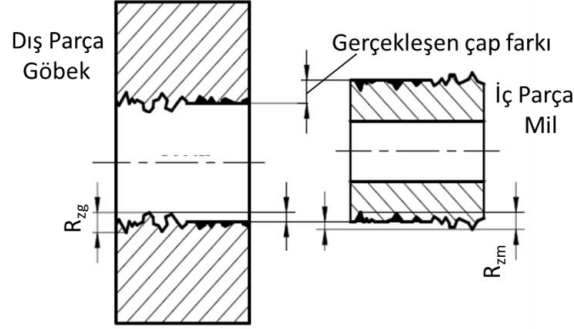
d : Mil çapı

Tablo 5.5 Bazı Malzemelerin Fiziksel Özellikleri

Malzeme	Büzülme Katsayısı, ν	Elastisite modülü, E (N/ mm ²)	Uzama katsayısı, Isınmada Soğumada (10 ⁻⁶ K)	
Döküm	0,25	90 ... 100	10	-8
Düşük Alaşımlı Çelik	0,3 ... 0,31	200 ... 235	11	-8,5
Bronz	0,35	110 ... 125	16	-14
Cu-alışımları	0,35 ... 0,37	120	16 ... 18	-14 ... -16
Al-alışımları	0,33 ... 0,34	72	23	-18

5.13.1.5 PRES GEÇMEDE YÜZEY PÜRÜZLÜLÜĞÜNÜN ETKİSİ

Pres geçme sırasında yüzeyler arasında oluşan basınç nedeniyle her iki parçanın temas yüzeyinin yüzey pürüzlülüklerinde şekil 5.25 de görüldüğü gibi ezilmeler meydana gelir. Yüzey pürüzlülüklerinde meydana gelen bu ezilmeler nedeniyle, bağlantıda teorik olarak hesaplanan sıkılıktan daha az bir sıkılık gerçekleşmiş olur. Başka bir deyişle, bağlantıda sıkılık kaybı oluşur.



Şekil 5.25 Mil Göbek Bağlantısında Yüzey Pürüzlülüğü

Sıkı geçmede montajın şekline ve sıkılığa bağlı olarak yüzey pürüzlülüklerinde meydana gelen ezilmeler değişik oranda olmakla birlikte, bu oran ortalama olarak %40 kadar alınabilir. Buna göre yüzeyler arasında gerçekleşen sıkılık (S) aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$S = \Delta d_{gerçek} = U - \Delta U \quad (5.45)$$

Burada;

$$U_{min} = \Delta d_{min} + \Delta U \quad ve \quad U_{max} = \Delta d_{max} + \Delta U$$

U : Montaj öncesi sıkılık,

U_{max} : Montaj öncesi maksimum sıkılık,

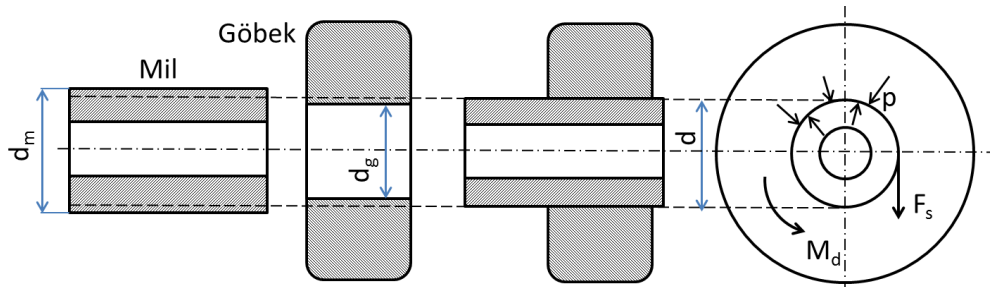
U_{min} : Montaj öncesi minimum sıkılık,

R_{zm} ve R_{zg} : Milin ve göbeğin yüzey pürüzlülüğü

ΔU : Sıkılık kaybı

$$\Delta U = 0,8(R_{zm} + R_{zg})$$

5.13.1.6 PRES GEÇME İLE İLETİLEBİLECEK MOMENT

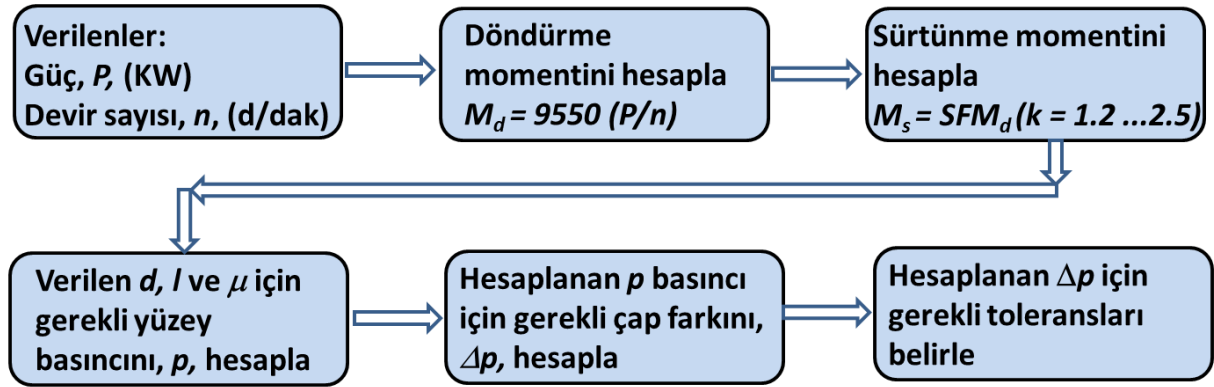


Şekil 5.26 Pres Geçmede Boyut Değişimi

Pres geçmelerde moment iletiminin sağlanabilmesi için gerekli olan en önemli koşul mil ile göbek yüzeyleri arasında belli bir basıncın (p) oluşmasıdır. Yüzeyler arasında oluşan basıncın büyüklüğü, bağlantı ile iletilebilecek moment miktarını belirleyen önemli faktörlerden birisidir. Yüzeyler arasında oluşacak basınç miktarı belirlenirken, mil, göbek toleransları ve yüzey pürüzlülüğü de göz önünde bulundurulmalıdır. Bu toleranslara bağlı olarak, şekil 5.26 da görüldüğü gibi, milde büzülmeler meydana gelirken, göbek çapında genişlemeler meydana gelmektedir. Burada oluşan büzülmeler ve genişlemeler mutlaka malzemenin elastik sınırları içinde kalmalıdır.

Şüphesiz yüzey pürüzlülüğü ve temas yüzey alanı da iletilecek olan moment miktarına direkt katkı vermektedir.

Hesaplamalarda genelde verilen gücün belli bir devir sayısı ile iletilmesi için gerekli geometrik toleransların hesaplanması veya tersi işlemlerin yapılması istenmektedir. Şekil 5.27 de böyle bir problemin çözümü için takip edilecek yol gösterilmektedir.



Şekil 5.27 Pres Geçmede Hesaplama Yönteminin Şematik Gösterimi

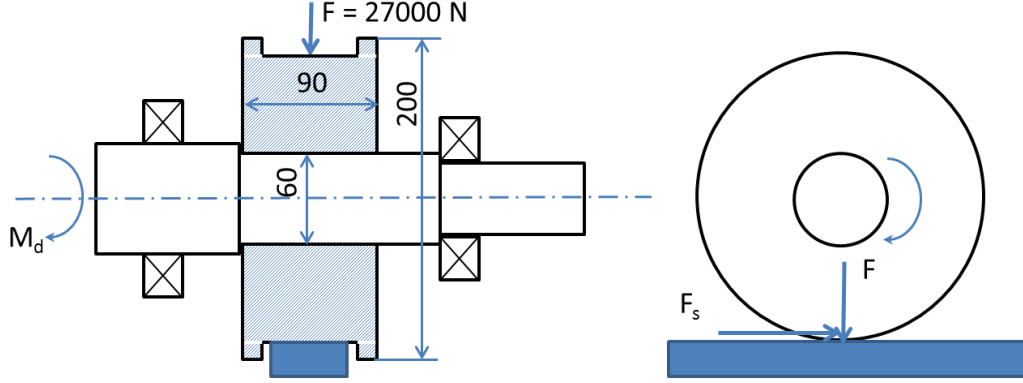
Sürtünme Momenti, denklem 5.43 de verilen denklemin mil yarıçapıyla çarpımından elde edilir. Denklem 5.43 de hesaplanan F_e , kuvveti yüzeyde oluşan sürtünme kuvvetine F_s eşittir.

$$M_s = \pi d l p \mu \frac{d}{2} \quad (5.46)$$

Problem:8 Şekilde görüldüğü gibi çapı 200 mm ve genişliği 90 mm olan vagon tekeri, çapı 60 mm olan tahrik mili üzerine pres geçme ile monte edilmiştir. Tekerleğin raya uyguladığı kuvvet 27000 N. Tekerlek ve mil malzemesi st70 çeliğinden üretilmiş olup, $\sigma_{ak} = 370 \text{ N/mm}^2$, elastisite modülü $E = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$, büzülme katsayısı $\nu = 0,3$ ve uzama katsayısı $\alpha = 11 \times 10^{-6} \text{ } 1/^{\circ}K$. Tekerlekle mil arasındaki yüzey pürüzlülüğü toplamı $R_z = 25 \text{ }\mu\text{m}$, tekerlekle ray arasındaki sürtünme katsayısı $\mu_{tr} = 0.2$ ve tekerlekle mil arasındaki sürtünme katsayısı $\mu_{tm} = 0.15$. Moment iletiminde emniyet katsayısı 3 ve malzeme emniyet kontrolünde ise emniyet katsayısı 1,3 dür. Buna göre;

- a) Sistemin taşıyabileceği maksimum döndürme momenti nedir?

- b) Maksimum momente karşılık gelen mil ile göbek arasındaki minimum yüzey basıncı nedir?
- c) Montaj öncesi ve sonrası gerekli olan minimum sıkılık değerleri nedir?
- d) Sistemde oluşan gerilme değeri nedir?
- e) Göbek malzemesinin emniyet basıncı değerine karşılık gelen maksimum sıkılık değeri nedir? Bu bağlantı için önerdiğiniz toleranslar nedir?
- f) Tekere mile monte edebilmek için gerekli sıcaklık nedir?



Verilenler: $N = 27000 \text{ N}$, $D = 200 \text{ mm}$, $l = 90 \text{ mm}$, $d = 60 \text{ mm}$, $\sigma_{ak} = 370 \text{ N/mm}^2$,
 $E = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0,3$, $\alpha = 11 \times 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{K}$, $R_z = 25 \text{ }\mu\text{m}$, $\mu_{tr} = 0,2$, $\mu_{tm} = 0,15$,
 $SF = 3$ ve $SF=1,3$

İstenenler:

- a) M_{dtr} ? b) p ? c) Δd_{min} ? ve U_{min} ? d) p_{max} ? 3) tolerans? f) T ?

Çözüm:

- a) Tekerleğin ray üzerinde kaymadan iletebileceği maksimum döndürme momenti:

$$M_{dtr} = F_{str} \frac{D}{2} = F \mu_{tr} \frac{D}{2} = \frac{27000(0,2)200}{2} \Rightarrow M_{dtr} = 540000 \text{ Nmm}$$

- b)

$$M_s = SF M_d \Rightarrow M_d = \frac{M_s}{SF} \Rightarrow M_d = \frac{\pi d l p \mu \frac{d}{2}}{SF} \Rightarrow 540000 = \frac{\pi (60) 90 p (0,15) (60)}{2(3)} \Rightarrow$$

$$p = 21,22 \text{ N/mm}^2$$

- c)

$$S = \Delta d_{gerçek} = U - \Delta U$$

$$\Delta d = \frac{2pd}{E(1 - Q_g^2)} = \frac{2(21,22)60}{2,1 \times 10^5 (1 - (60/200)^2)} \Rightarrow \Delta d_{min} = 0,0133 \text{ mm} = 13,3 \text{ }\mu\text{m}$$

$$\Delta U = 0,8(R_{zm} + R_{zg}) = 0,8(25) \Rightarrow \Delta U = 20 \text{ }\mu\text{m}$$

$$U_{min} = \Delta d_{min} + \Delta U = 13,3 + 20 \Rightarrow U_{min} = 33,3 \mu m$$

d)

$$\sigma_{em} = \frac{\sigma_{ak}}{SF} = \frac{370}{1,3} \Rightarrow \sigma_{em} = 285 N/mm^2$$

Von Misses teorisine göre;

Göbek için maksimum basınç;

$$\sigma_{eş} = p \frac{\sqrt{3 + Q_g^4}}{1 - Q_g^2} \leq \sigma_{em} \Rightarrow p = \frac{\sigma_{em}(1 - Q_g^2)}{\sqrt{3 + Q_g^4}} = \frac{285(1 - (60/200)^2)}{\sqrt{3 + (60/200)^4}} \Rightarrow$$

$$p_{max} = 149,5 N/mm^2$$

Mil için maksimum basınç;

$$\sigma_{eş} = \frac{2p}{1 - Q_m^2} \leq \sigma_{em} \Rightarrow p = \sigma_{em} \Rightarrow p_{max} = 285 N/mm^2$$

e)

$p = 21,22 N/mm^2$ basınç değerine karşılık, minimum sıkılık $\Delta d_{min} = 13,3 \mu m$ olarak hesaplanmıştı. Basınç ile genişleme arasındaki bağıntının lineer olduğu kabulü ile, göbek için hesaplanan $p_{max} = 149,5 N/mm^2$ basıncına karşılık gelen maksimum sıkılık aşağıdaki gibi hesaplanır.

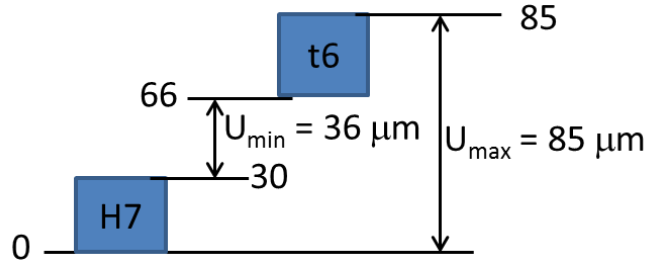
$$\frac{21,22}{13,3} = \frac{149,5}{\Delta d_{max}} \Rightarrow \Delta d_{max} = \frac{149,5(13,3)}{21,22} \Rightarrow \Delta d_{max} = 93,7 \mu m$$

Buna göre montaj öncesi maksimum sıkılık;

$$U_{max} = \Delta d_{max} + \Delta U = 93,7 + 20 \Rightarrow U_{max} = 113,7 \mu m$$

Buna göre montaj öncesi toleranslar $U_{min} = 33,3 \mu m$ ve $U_{max} = 113,7 \mu m$ arasında olacak şekilde seçilmelidir. Tolerans seçiminde en büyük delik ile en küçük mil ölçüsü farkının minimum tolerans değerini ve en küçük delik ile en büyük mil ölçü farkının ise maksimum toleransı vereceği göz önünde bulundurularak tolerans seçimi yapılır. Burada **H7/t6** toleransının uygun olduğu görülmektedir.

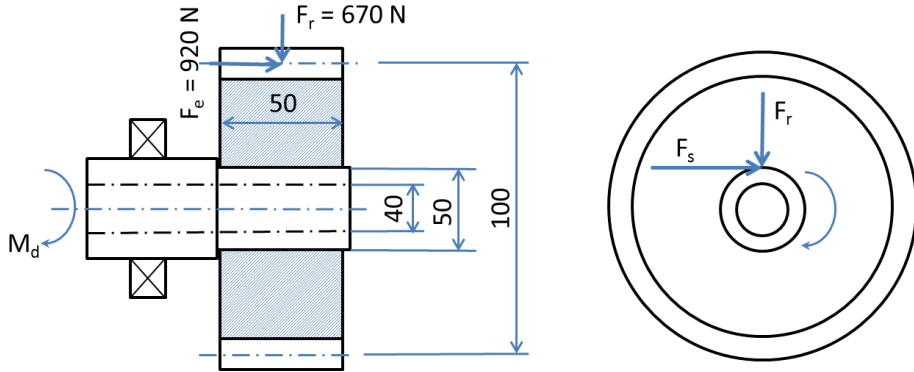
50 den 65 e kadar	H7	x6	u6	t6	s6	r6	p6	k6	j6	h6	g6
	+30	+141	+106	+85	+72	+60	+51	+21	+12	0	-10
	0	+122	+87	+66	+53	+41	+32	+2	-7	-19	-29



f)

$$T = T_0 + \frac{U_{max} + \Delta d}{\alpha d} = 20 + \frac{0,085 + 0,001(60)}{11 \times 10^{-6}(60)} \Rightarrow T = 239,7^\circ C$$

Problem 9: Şekilde görüldüğü gibi akma sınırı 450 N/mm^2 olan karbonlu çelikten imal edilmiş zincir dişlisi, akma sınırı 550 N/mm^2 olan alaşımlı çelikten imal edilmiş mil üzerine pres geçme yapılarak monte edilecektir. Milden göbeğe aktarılabacak moment 80 Nm olup, göbeğe eksenel yönde 920 N ve radyal yönde 670 N kuvvet etki etmektedir. Milin ve dişlinin yüzey pürüzlükleri sırası ile $16 \mu\text{m}$ ve $20 \mu\text{m}$ olup, dişlinin taksimat dairesi çapı 100 mm , milin dış ve iç çapları sırasıyla 50 mm ve 40 mm iken dişlinin genişliği 50 mm olarak alınmıştır. Mil ile zincir dişli arasındaki sürtünme katsayısı 0.125 olup, döndürme momentinin 2 kat emniyetli olarak iletilebilmesi için gerekli toleransları belirleyiniz.



Verilenler: $\sigma_{akd} = 450 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{akm} = 550 \text{ N/mm}^2$, $M_d = 80 \text{ Nm}$, $F_e = 920 \text{ N}$, $F_r = 670 \text{ N}$, $R_{ezm} = 16 \mu\text{m}$, $R_{ezd} = 20 \mu\text{m}$, $D = 100 \text{ mm}$, $d_{md} = 50 \text{ mm}$, $d_{mi} = 40 \text{ mm}$, $l = 50 \text{ mm}$, $\mu = 0.124$ ve $SF = 2$

İstenenler: Tolerans = ?

Çözüm:

$$M_s = (SF)M_d \Rightarrow 2M_d = \pi d l p \mu \frac{d}{2} = \pi 50(50)p(0.125) \frac{50}{2} \Rightarrow p_{minr} = 6.52 \text{ N/mm}^2$$

$$\pi d l p \mu = (SF)F_e \Rightarrow \pi 50(50)p(0.125) = 2(920) \Rightarrow p_{mine} = 1.87 \text{ N/mm}^2$$

$$P_{min} = \sqrt{p_{minr}^2 + p_{mine}^2} = \sqrt{(6.52)^2 + (1.87)^2} \Rightarrow p_{min} = 6,78 \text{ N/mm}^2$$

Veya Bileşke kuvvet hesaplanarak da minimum basınç hesaplanabilir.

$$R = \sqrt{F_e^2 + F_r^2} = \sqrt{920^2 + ((80000/(50/2))^2} \Rightarrow R = 3329,6 \text{ N}$$

$$M_s = (SF)M_d \Rightarrow 2(R \frac{d}{2}) = \pi d l p \mu \frac{d}{2} \Rightarrow 2(3329,6) \frac{50}{2} = \pi 50(50) p_{min} (0.125) \frac{50}{2}$$

$$p_{min} = 6,78 \text{ N/mm}^2$$

Montaj sonrasındaki olması gereken minimum sıkılık değeri ne olmalıdır?

$$\Delta d_{min} = p_{min} d \left[\frac{1}{E_g} \left(\frac{1 + Q_g^2}{1 - Q_g^2} + \nu_g \right) + \frac{1}{E_m} \left(\frac{1 + Q_m^2}{1 - Q_m^2} - \nu_m \right) \right]$$

$$Q_g = \frac{d_{gi}}{d_{gd}} = \frac{50}{100} \Rightarrow Q_g = 0,5 \text{ ve } Q_m = \frac{d_{mi}}{d_{md}} = \frac{40}{50} \Rightarrow Q_m = 0,8$$

$$\Delta d_{min} = \frac{(6,78)50}{210000} \left[\left(\frac{1 + (0,5)^2}{1 - (0,5)^2} + 0,3 \right) + \left(\frac{1 + (0,8)^2}{1 - (0,8)^2} - 0,3 \right) \right]$$

$$\Delta d_{min} = 0,010 \text{ mm} = 10 \mu$$

Montaj öncesi sıkılık ne olmalıdır?

$$\Delta U = 0,8(R_{zm} + R_{zg}) = 0,8(16 + 20) \Rightarrow \Delta U = 28,8 \mu\text{m} \sim 29 \mu\text{m}$$

$$U_{min} = \Delta d_{min} + \Delta U = 10 + 29 \Rightarrow U_{min} = 39 \mu\text{m}$$

Deligi 7 ve mili 6 kalite tolerans olarak seçersek, delik için **H7** toleransı **50₀²⁵** olur. Bu durumda mil için minimum (alt) sapma **39 + 25 = 64 μ** olur. Tolerans tablosuna bakıldığında mil için 64 değerine en yakın alt sapma **u6** toleransında **70 μ** olarak okunur. Buna göre mil dişli bağlantısındaki tolerans çifti **H7/u6** olarak alınır. Bu çifte göre toleranslar ve yüzey basıncı yeniden belirlenmelidir.

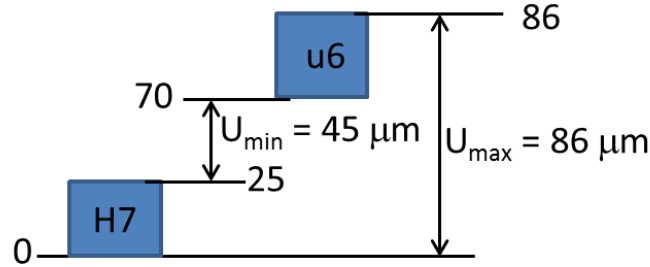
6. kalitede 50 mm çaplı mil için temel tolerans **16 μ** olduğundan üst sapma değeri **70 + 16 = 86 μ** olur. Buna göre maksimum sıkılık

$$U_{max} = 86 - 0 \Rightarrow U_{max} = 86 \mu$$

Montaj sonrasında oluşabilecek maksimum sıkılığa göre malzemenin kontrol edilmesi gerekmektedir. Gerçekleşen maksimum sıkılık,

$$\Delta d_{max} = U_{max} - \Delta U = 86 - 29 \Rightarrow \Delta d_{max} = 57 \mu$$

40 dan 50 ye kadar	H7	x6	u6	t6	s6	r6	p6	k6	j6	h6	g6
	+25 0	+113 +97	+86 +70	+70 +54	+59 +43	+50 +34	+42 +26	+18 +2	+11 -5	0 -16	-9 -25
50 den 65 e kadar	+30 0	+141 +122	+106 +87	+85 +66	+72 +53	+60 +41	+51 +32	+21 +2	+12 -7	0 -19	-10 -29



Bu sıkılığa karşılık gelen yüzey basıncı:

$$\frac{6,78}{10} = \frac{p_{\max}}{57} \Rightarrow p_{\max} = \frac{6,78(57)}{10} \Rightarrow p_{\max} = 38,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{em} = \frac{\sigma_{ak}}{SF} = \frac{370}{1,3} \Rightarrow \sigma_{em} = 285 \text{ N/mm}^2$$

Von Misses teorisine göre;

Göbek için maksimum basınç;

$$\sigma_{eş} = p \frac{\sqrt{3 + Q_g^4}}{1 - Q_g^2} \leq \sigma_{em} \Rightarrow p = \frac{\sigma_{em}(1 - Q_g^2)}{\sqrt{3 + Q_g^4}} = \frac{(450/2)(1 - (0,5)^2)}{\sqrt{3 + (0,5)^4}} \Rightarrow$$

$$p_{\max} = 96,4 \text{ N/mm}^2 \leq p_{em-diş}$$

Mil için maksimum basınç;

$$\sigma_{eş} = \frac{2p}{1 - Q_m^2} \leq \sigma_{em} \Rightarrow p_{em} = \sigma_{em} \frac{1 - Q_m^2}{2} = \frac{550}{2} \frac{(1 - 0,8^2)}{2} \Rightarrow$$

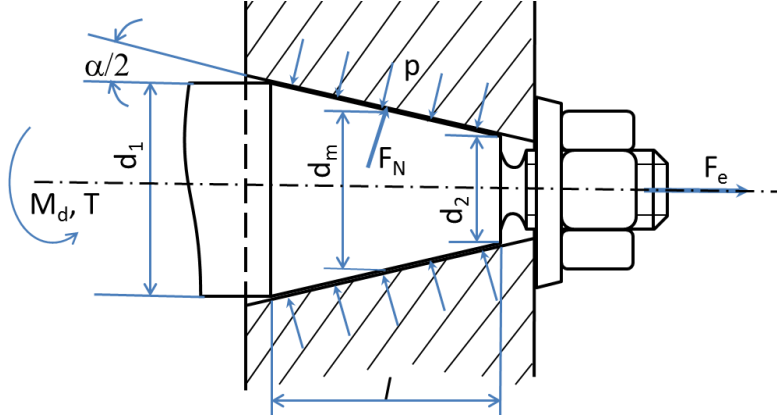
$$p_{em} = 49,5 \text{ N/mm}^2 \leq p_{em-mil}$$

Buna göre mil ve göbek seçilen tolerans çiftinde ezilmez. Dolayısıyla seçilen tolerans çifti uygundur.

5.13.2 KONİK GEÇMELER

Şekil 5.28 de görüldüğü gibi konik geçmelerde moment iletimi, sıkı geçmelerde olduğu gibi mil veya şaft yüzeyi ile göbek arasında oluşan basınç sayesinde gerçekleştirilir. Burada mil veya şaft ve göbek yüzeyleri konik (koni tepe açısı, $\alpha = (d_1 - d_2)/l$) olarak imal edilmiş olup, yüzeyler arasında oluşan basınç cıvatanın sıkılması sonucunda oluşan aksel kuvvete

(F_e) bağı olarak değişmektedir. Bağlantıdaki koni tepe açısının artırılması bağlantının sökölmesini kolaylaştırmakta olup, koni tepe açısının azalması ise bağlantının sökölmesini zorlaştırmaktadır. Genelde kullanılan koni tepe açıları (koniklik) tablo 5.6 de verilmiştir.



Şekil 5.28 Konik Geçme

Konik geçmelerin imalatı zor olduğundan daha pahalı bir işlemdir ve sadece millerin, şaftların ve aksların uç kısımlarına uygulanmaktadır. Bu tip bağlantılar dinamik yük iletiminde de kullanılmakta olup, kamalı sistemlere göre bazı avantajları mevcuttur.

1. Üzerine takılan makine elemanını çok iyi merkezler.
2. Çentik etkisi oluşturmaz.
3. Kolay montaj edildiği gibi koniklik açısına bağlı olarak kolay da sökülebilir.

Tablo 5.6 Koniklik Açıları ve Özellikleri

Koniklik (Koni Tepe Açısı)	Özellik
1:5 (11.25°)	Somun çıkarılınca kolayca sökölür
1:10 (5.43°)	Somun çıkarılınca kolayca sökölmez
1:20 (2.51°)	Özel bağlantılarda kullanılır, sökmesi çok zordur

Moment iletebilmek için gerekli olan yüzey basıncı, p , yüzeylerin bir biriyle düzgün çakışması sonucunda düzgün bir dağılıma sahip olur. Sistemin iletebileceği maksimum moment, yüzeyler arasındaki basınç dağılımının, sürtünmenin ve yüzey geometrisinin lineer (doğrusal) bir fonksiyonu olarak karşımıza çıkar. Bu durumda konik bağlantı ile iletebilecek moment şu şekilde elde edilir.


$$M_s = F_s r$$
$$dF_N = p(dA) \Rightarrow F_N = p\pi d_m l \quad (5.47)$$
$$dF_S = \mu(dF_N) = \mu p(dA) \Rightarrow F_S = \mu p \pi l d_m \quad (5.48)$$
$$M_s = \sum dM_s = \sum \mu p(dA)r \approx \mu p(\pi l d_m) \frac{d_m}{2} \Rightarrow M_s = \mu p \pi l \frac{d_m^2}{2} \quad (5.49)$$
$$M_s > M_d \quad \text{Buna göre} \quad M_d = \frac{M_s}{(SF)} \quad (5.50)$$
$$p \geq \frac{2M_d(SF)}{\mu\pi l d_m^2} \quad (5.51)$$

Mil göbek bağlantısında, mil ile göbek arasındaki basıncın cıvatanın sıkıştırılma miktarıyla belirlendiğinden daha önce bahsedilmiştir. Cıvatanın sıkılmasıyla elde edilen eksenel kuvvet F_e hem sürtünme kuvvetini hem de normal kuvvetin yatay bileşenini yenmek zorundadır. Aksı takdirde göbek mil, şaft veya aks üzerine sıkıştırılamaz. Bu durumda şekil 5.29 dan bağlantıya etki eden kuvvetlerin dengesi yazılır ise,

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow - \sum p(dA) \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \sum \mu p(dA) \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + F_e = 0$$

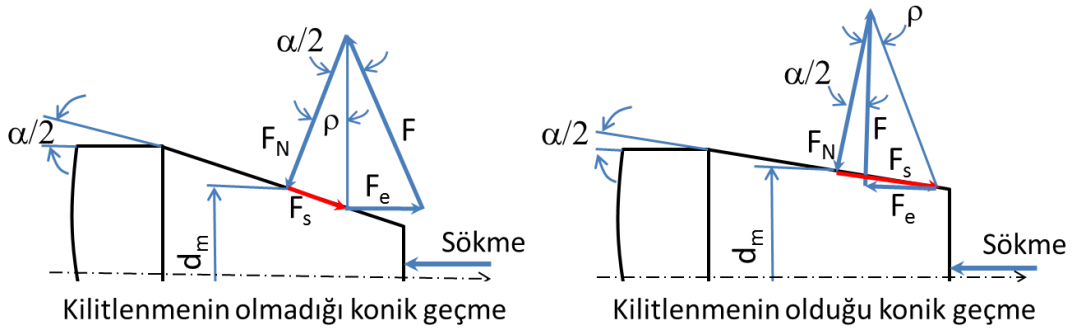
$$F_e \geq \sum p(dA) \left[\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \mu \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right]$$

Yüzey basıncının bilinmesi durumunda gerekli olan eksenel kuvvet;

$$F_e \geq p \pi d_m l \left[\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \mu \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right] \quad (5.52)$$

İletilecek olan döndürme momentinin bilinmesi durumunda gerekli olan eksenel kuvveti bulmak için, denklem 5.51 denklem 5.52 de yerine konduktan sonra gerekli işlemlerin yapılmasıyla denklem 5.53 elde edilir.

$$F_e \geq \frac{2M_d(SF)}{\mu d_m} \left[\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \mu \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right] \quad (5.53)$$



Şekil 5.30 Kilitlenmeyen ve Kilitlenen Konik Bağlantılarda Kuvvet Diyagramı

Mil, şaft ve aks ile yapılan göbek bağlantılarında genelde bağlantı kilitlenen bağlantı şeklinde tasarlanır. Şekil 5.30 de kilitlenen ve kilitlenmeyen konik bağlantılarda kuvvet dengesi gösterilmektedir. Kilitlenen konik bağlantı tasarımlarında bağlantıya cıvata ile uygulanan eksenel kuvvet kaldırılrsa (cıvata sökülse) bile bağlantı hala moment iletmeye devam edebilir. Fakat bu hiçbir zaman tavsiye edilmez.

Konik geçmelerde kilitlenmenin şartı ise

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) < \mu \quad \text{veya} \quad \frac{\alpha}{2} < \rho$$

Eğer $\frac{\alpha}{2} > \rho$ olsaydı konik geçmenin sökülmesi için eksenel kuvvete gereksinim duyulmayacaktı. Buna göre bağlantıyı sökmek için gerekli olan kuvvet aşağıdaki gibi ifade edilir.

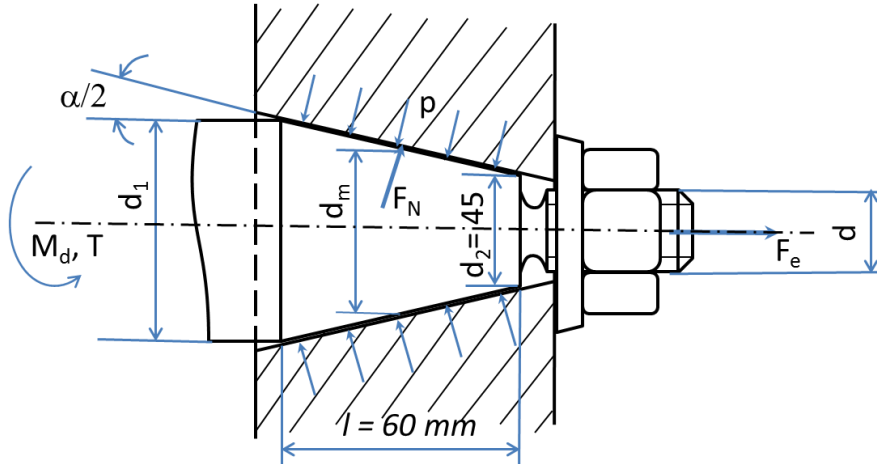
$$F_e \geq \frac{2M_d(SF)}{\mu d_m} \left[\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \mu \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right] \quad (5.54)$$

Mil göbek bağlantılarında en çok kullanılan tasarım boyutları Tablo 5.7 de verilmektedir.

Tablo 5.7 Göbek Uzunluğu ve Çapı Arasındaki Bağlantılar

Göbek Malzemesi	Göbek Uzunluğu	Göbek Dış Çapı
Dökme Demir	$(1.2 - 1.5) d_m$	$(2.2 - 2.7) d_m$
Çelik	$(0.6 - 1.0) d_m$	$(2.0 - 2.5) d_m$

Problem 10: Şekilde görüldüğü gibi zincir dişlisi 1500 d/dak ile dönmekte olan ve 25 KW güç ileten mil üzerine monte edilmiştir. Dişlinin monte edildiği mil malzemesi Fe50 çeliği olup, milin 1:10 ($5,725^\circ$) eğim ile konikleştirilmiş kısmına somun ile monte edilmiştir. Mildeki konik kısmın en dar olduğu yerin çapı 45 mm ve konik kısmın dişli ile temas ettiği alanın uzunluğu 60 mm, temas yüzeyleri arasındaki sürtünme katsayısı 0,13 dir. Emniyet katsayısını 1,5 alarak: a) konik yüzeydeki yüzey basıncını hesaplayınız, b) somuna gelen eksenel kuvveti hesaplayınız, c) milin uçuna açılacak olan civatanın çapı ne olmalıdır.



Verilenler: $n = 1500 \text{ d/dak}$, $P = 25 \text{ KW}$, $\sigma_{ak} = 370 \text{ N/mm}^2$, $\alpha = 1:10 (5,725^\circ)$, $d_2 = 45 \text{ mm}$, $l = 60 \text{ mm}$, $\mu = 0,13$ ve $SF = 1,5$

İstenenler: a) $p = ?$, b) $F_e = ?$, c) $d_c = ?$

Çözüm: a)

$$M_d = 9550 \frac{P}{n} = 9550 \frac{25}{1500} \Rightarrow M_d = 159,167 \text{ Nm} = 159167 \text{ Nmm}$$

$$M_s > M_d ; M_d = \frac{M_s}{(SF)} ; M_s = \mu p \pi l \frac{d_m^2}{2} \Rightarrow M_d = \frac{\mu p \pi l \frac{d_m^2}{2}}{(SF)} \Rightarrow M_d(SF) = \mu p \pi l \frac{d_m^2}{2}$$

$$\tan \alpha = \frac{x}{l} \Rightarrow x = \tan \alpha l = \tan(5,7106) (60) \Rightarrow x = 6 \text{ mm}$$

$$d_1 = d_2 + x = 45 + 6 \Rightarrow d_1 = 51 \text{ mm}$$

$$d_m = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{51 + 45}{2} \Rightarrow d_m = 48 \text{ mm}$$

$$159167(1,5) = (0,13) p \pi 60 \frac{48^2}{2} \Rightarrow p = p_{min} = 8,46 \text{ N/mm}^2$$

b)

$$F_e \geq \frac{2M_d(SF)}{\mu d_m} \left[\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \mu \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right] \Rightarrow$$

$$F_e \geq \frac{2(159167)(1,5)}{(0,13)(48)} \left[\sin\left(\frac{5,7106}{2}\right) + (0,13) \cos\left(\frac{5,7106}{2}\right) \right]$$

$$F_e \geq (76522,6)(0,0498 + 0,1298) \Rightarrow F_e \geq 13743,45 \text{ N}$$

c)

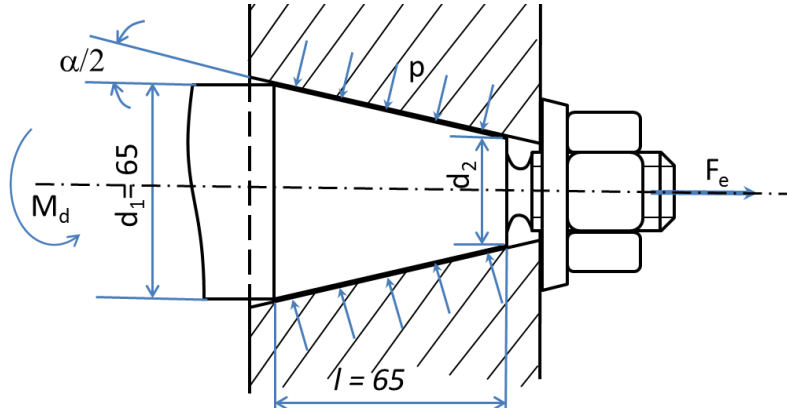
$$\sigma_{ak} = \frac{F}{A} \Rightarrow \sigma_{em} = \frac{\sigma_{ak}}{SF} = \frac{370}{1,5} \Rightarrow \sigma_{em} = 247 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{em} = \frac{F_e}{A} \Rightarrow 247 = \frac{13743,45}{A} \Rightarrow A = 55,64 \text{ mm}^2$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4(55,64)}{\pi}} \Rightarrow d = 8,42 \text{ mm}$$

Cıvata tablolarından en yakın diş dibi veya cıvata şaft alanına bakılıp, hesaplanan değere en yakın olan standart cıvata seçilir. Burada M10 cıvatası uygundur.

Problem 11: Şekilde görüldüğü gibi kayış kasnak sistemi 250 d/dak ile dönmekte ve 15 KW güç iletmektedir. Göbeğin (kasnağın) monte edildiği mil malzemesinin akma sınırı $\sigma_{akm} = 325 \text{ N/mm}^2$ iken kasnak malzemesinin akma sınırı $\sigma_{akk} = 575 \text{ N/mm}^2$ olup, kasnak milin 1:8 eğim ile konikleştirilmiş kısmına somun ile monte edilmiştir. Mildeki konik kısmın en geniş olduğu yerin çapı 60 mm ve konik kısmın dişli ile temas ettiği alanın uzunluğu 55 mm, temas yüzeyleri arasındaki sürtünme katsayısı 0,15 dir. Emniyet katsayısını 1,5 alarak: a) somuna gelen eksenel (çakma) kuvveti hesaplayınız, b) kayış kasnak istemi gerekli momenti iletirken herhangi bir hasara uğrar mı?



Verilenler: $n = 250 \text{ d/dak}$, $P = 15 \text{ KW}$, $\sigma_{akm} = 325 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{akk} = 575 \text{ N/mm}^2$, $\alpha = 1:8$, $d_1 = 60 \text{ mm}$, $l = 65 \text{ mm}$, $\mu = 0,15$ ve $SF = 1,5$

İstenenler: a) $F_e = ?$, b) sistemde hasar oluşur mu?

Çözüm: a)

$$M_d = 9550 \frac{P}{n} = 9550 \frac{15}{250} \Rightarrow M_d = 573 \text{ Nm} = 573000 \text{ Nmm}$$

$$M_s > M_d ; M_s = (SF)M_d = 1,5(573000) \Rightarrow M_s = 859500 \text{ Nmm}$$

$$\tan \alpha = \frac{x}{l} \Rightarrow x = \tan \alpha l = (\tan(1/8))^{-1} (65) \Rightarrow x = 8,17 \text{ mm}$$

$$d_2 = d_1 - x = 65 - 8,17 \Rightarrow d_2 = 56,83 \text{ mm}$$

$$d_m = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{65 + 56,83}{2} \Rightarrow d_m = 60,92 \text{ mm}$$

$$\tan \alpha^{-1} = 1/8 \Rightarrow \alpha = 7,125^\circ$$

$$F_e \geq \frac{2M_s}{\mu d_m} \left[\sin \left(\frac{\alpha}{2} \right) + \mu \cos \left(\frac{\alpha}{2} \right) \right] \Rightarrow$$

$$F_e \geq \frac{2(859500)}{(0,15)(60,92)} \left[\sin \left(\frac{7,125}{2} \right) + (0,15) \cos \left(\frac{7,125}{2} \right) \right]$$

$$F_e \geq (188115,56)(0,0621 + 0,1497) \Rightarrow F_e \geq 39842,9 \text{ N}$$

b)

$$M_s = \mu p \pi l \frac{d_m^2}{2} \Rightarrow 859500 = (0,15)p \pi 65 \frac{(60,92)^2}{2} \Rightarrow p = 15,12 \text{ N/mm}^2$$

Mil ve kasnak malzemelerinin emniyet katsayılarına bakılarak karar verilir.

$$(SF)_m = \frac{\sigma_{akm}}{p} = \frac{325}{15,12} \Rightarrow (SF)_m = 21,49$$

$$(SF)_k = \frac{\sigma_{akk}}{p} = \frac{575}{15,12} \Rightarrow \quad (SF)_k = \mathbf{38,03}$$